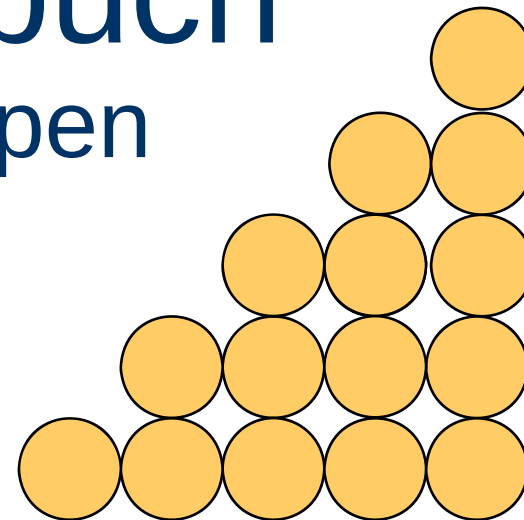




Forscherbuch

Zahlentreppen



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = ?$$

Forscherbuch Zahlentreppen

Im Mathematikunterricht sollen auch mathematisch substantielle Problemfelder behandelt werden, die es allen Schülern ermöglichen, Gesetzmäßigkeiten und Zahlenmuster zu entdecken, zu nutzen, zu beschreiben und zu begründen.

Mathematikunterricht fördert damit grundlegende intellektuelle Fähigkeiten, die über das Fach hinaus von Bedeutung sind, wie Ordnen, Verallgemeinern, Beispiele angeben, Entsprechungen aufdecken und Gedanken auf Ähnliches übertragen.

Mathematisches Handeln basiert letztlich auf dem Erkunden von Zusammenhängen, auf dem Entwickeln und Untersuchen von Strukturen sowie auf dem Streben nach Abstraktion und Verallgemeinerung.

Forscherbuch Zahlentreppen

Am Beispiel eines praxiserprobten Forscherbuches zum Thema "Zahlentreppen" soll exemplarisch aufgezeigt werden, welches reichhaltige Spektrum mathematischer Aktivitäten/Zusammenhänge sich an diesem Problemfeld entwickeln lässt und wie Mathematikunterricht den Forscherdrang der Schüler anregen kann.

In Rahmen dieses Workshops werden Sie zunächst selbst auf mathematische Entdeckungsreise gehen. Daran anknüpfend sollen beispielhafte Schülerdokumente zum Aufgreifen substantieller Problemfelder in der eigenen mathematischen Unterrichtspraxis anregen und weitere didaktisch-methodische Überlegungen dargelegt werden.

Das "Forscherbuch Zahlentreppen" wird dabei als ein mögliches Medium zur Dokumentation der individuellen Lernergebnisse der Schüler vorgestellt.

Workshopinhalt

- Entdeckungen an Zahlentreppen (Sachliche Annäherung an ein substantielles Aufgabenformat)
- Einbindung in den didaktischen Begründungszusammenhang
- Überlegungen zur methodischen Umsetzung im Unterricht, veranschaulicht durch Schülerdokumente
- Literaturhinweise/ Internetlinks

Die Gauß-Aufgabe

(Summe aller aufeinanderfolgender Zahlen von 1-100)

Arbeitsauftrag für die Gruppenarbeit (20 min)

- Addieren Sie bitte alle Zahlen von 1-100!
(Nutzen Sie dabei einen vorteilhaften Rechenweg!)
- Tragen Sie (unter Verwendung der Hundertertafel) unterschiedliche Möglichkeiten zusammen, die Zahlen geschickt zu addieren.
- Präsentieren Sie Ihre Ergebnisse in Form eines Plakates!

Die Gaußaufgabe

Unterschiedliche Vorgehensweisen zur Ermittlung der Summe

- Geschicktes Ergänzen zur 100 bzw. 101
- Spalten geschickt addieren
- Zeilen geschickt addieren

Geschicktes Addieren an der Hundertertafel I

Ergänzen zur Summe 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Variante a)

1+99, 2+98, 3+97, 4+96...

Daraus folgt:

$$49 \times 100 + 50 + 100 = 5050$$

Geschicktes Addieren an der Hundertertafel I

Ergänzen zur Summe 101

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Variante b)

$1+100, 2+99, 3+98, 4+97...$

Daraus folgt:

$$50 \times 101 + 50 + 100 = 5050$$

Geschicktes Addieren an der Hundertertafel II

Spaltenweise addieren

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Spalte: $1+91, 11+81, 21+71\ldots$

Daraus folgt:

$5 \times 92 = 460$ für die erste Spalte

$10 \text{ (Spalten)} \times 460 = 4600$

Je Spalte kommen 10 Einer dazu:

2. Spalte $+10$

3. Spalte $+20$

4. Spalte $+30$

...

10. Spalte $+90$

Folglich: $10+20+30+40+50+60+70+80+90$

$= 4 \times 100 + 50 = 450$

$4600 + 450 = 5050$

Geschicktes Addieren an der Hundertertafel

Zeilenweise Addieren

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1+10, 2+9, 3+8, 4+7, 5+6

Also: $5 \times 11 = 55$

Für 10 Reihen: $10 \times 55 = 550$

Von Zeile zu Zeile kommen jeweils 10
Zehner hinzu:

1. Reihe: 55
2. Reihe: 155
3. Reihe: 255

...

10. Reihe 955

Also:

$100 + 200 + 300 \dots + 900 = 4 \times 1000 + 500 = 4500$

So ergibt sich insgesamt:

$550 + 4500 = 5050$

Zahlentreppensummen

Ein substantielles Aufgabenformat

- In der fachdidaktischen Literatur findet sich für das substantielle Aufgabenformat "Summe von Zahlentreppen" auch die Bezeichnung "Summe von Reihenfolgezahlen", womit jedoch nur die Zerlegung von natürlichen Zahlen in direkt aufeinanderfolgende natürliche Zahlen bezeichnet ist.
 $1+2+3+4+5+6=$ oder $2+3+4+5=$
- Ich verwende den umfassenderen Begriff "Zahlentreppen", der auch andere arithmetische Reihen (mit konstantem Abstand der Summanden >1) einschließt.
 $3+5+7+9=$ oder $7+11+15+19+23+27=$
- Die Null als Summand wird nicht verwendet, da sie auf die jeweilige Summe keinen Einfluss nimmt
- Die Ordnung der Summanden erfolgt aufsteigend.

Geschicktes Addieren

von Zahlentreppen mit dem Stufenabstand 1

- Erfinden Sie Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen und berechnen Sie jeweils die Summe!
 - Wählen Sie dabei unterschiedliche Startzahlen und erfinden Sie lange und kurze Zahlentreppen!
 - Sie dürfen Ihre Zahlentreppen auch zeichnen, schreiben Sie aber immer eine passende Plusaufgabe dazu!
 - Errechnen Sie geschickt die jeweilige Summe und erklären Sie den Rechenweg (in Worten oder zeichnerisch)!
 - Versuchen Sie dabei allgemeine Erkenntnisse über die Ermittlung der Summen zu formulieren
- Austausch über Vorgehensweisen im Plenum

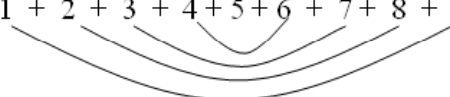
Geschicktes Addieren

von Zahlentreppen mit dem Stufenabstand 1

- Fallunterscheidung:
 - Pärchenbildung bei gerader Anzahl von Summanden: Bei einer arithmetischen Reihe mit gerader Anzahl von Summanden wird die Pärchenstrategie angewandt: Man bildet die Summe der beiden mittleren Zahlen und multipliziert sie mit der halben Anzahl der Summanden.

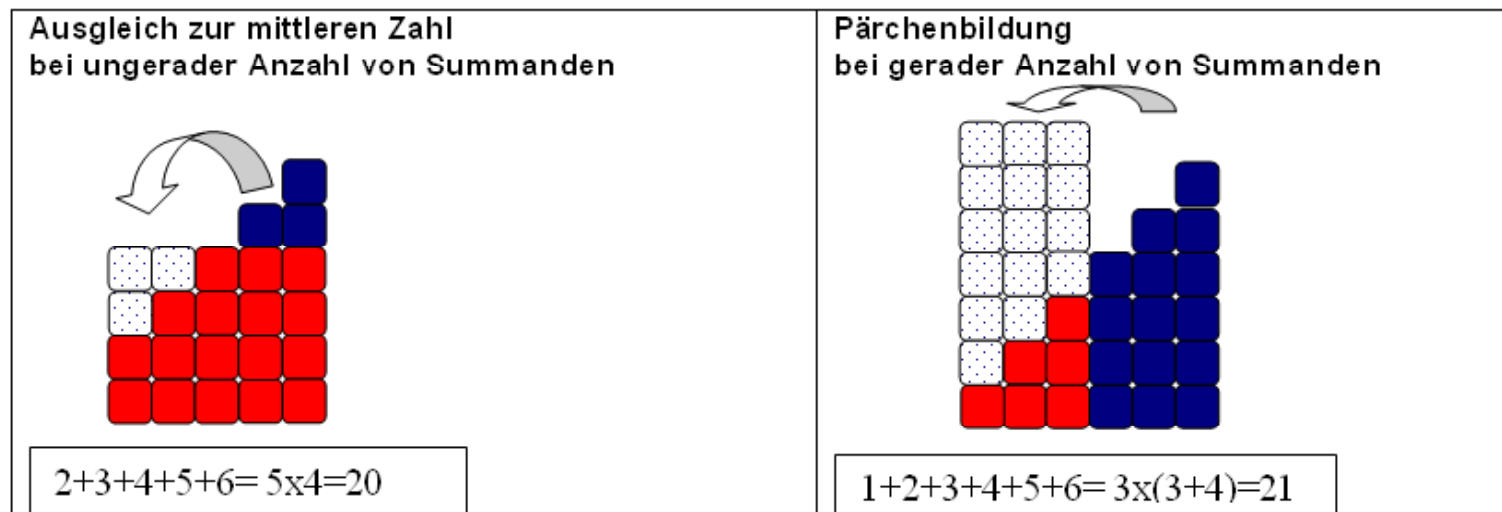
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 5 \cdot 11 = 55$$


- Ausgleich der Summanden symmetrisch zur Mittelzahl bei ungerader Anzahl von Summanden: Die Strategie zur Summation arithmetischer Reihen besteht im Fall einer ungeraden Anzahl von Summanden darin, die Zahl im mittleren Feld mit der Anzahl der Felder zu multiplizieren, wie es dem Ausgleich um die Mittelzahl entspricht.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 4 \cdot 10 + 5 = 9 \cdot 5 = 45$$


Geschicktes Addieren von Zahlentreppen mit dem Stufenabstand 1

- Geometrische Deutung als anschaulicher Beweis der beschriebenen Verfahren



Weiteres Verfahren:

- Summation durch Hinzufügen der gegengleichen Zahlenreihe

Zahlentreppen

Ein substantielles Aufgabenformat (Gruppenarbeit)

Beispielaufgaben zu Entdeckungen an Zahlentreppen:

- a) Zahlentreppensummen zu einem vorgegebenen Ergebnisbereich
(Aufsuchen von Zahlentreppensummen kleiner/gleich 25)
- b) Zahlentreppen mit festgelegter Anzahl von Treppenzahlen (z.B. 3 und 5 Treppenzahlen)
- c) Triff eine Ergebniszahl (z. B. 50) mit Zahlentreppen aus 5 Treppenzahlen

Ich – Du – Wir:

Arbeiten Sie jeweils zunächst allein um sich nach ca. 15 min in der Gruppe über ihre Vorgehensweisen und Entdeckungen auszutauschen!

Gestalten Sie eine Präsentation Ihrer Ergebnisse für das Plenum!
(Zeitvorgabe insgesamt 40 min)

a) Systematische Vorgehensweise

beim Aufsuchen von Zahlentreppensummen kleiner/gleich 25

- Finden Sie alle Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Treppenzahlen, deren Ergebnis höchstens 25 ist!
- Schreiben Sie die Zahlentreppen geordnet auf, um sicher zu sein, alle Möglichkeiten zu finden!
- Sie können die Aufgaben durch die Verwendung von farbigen Stiften besonders übersichtlich gestalten.
- Erklären Sie, warum Sie sich sicher sind, alle Zahlentreppen gefunden zu haben!



a) Systematische Vorgehensweise

beim Aufsuchen von Zahlentreppensummen kleiner/gleich 25

Die Bildung unterschiedlich strukturierter „Zahlentreppen“ ist im Allgemeinen von folgenden Variablen abhängig:

- *erster Summand,*
- *Anzahl der Summanden*
- *Ergebnis*
- *Abstand/Differenz zwischen den Summanden*

Im Kontext systematischer Suche nach Zahlentreppen zu vorgegebenen natürlichen Zahlen ergeben sich vor allem folgende mögliche Strategien, zwischen denen im Lösungsprozess von Zeit zu Zeit gewechselt auch werden kann.

a) Systematische Vorgehensweise

beim Aufsuchen von Zahlentreppensummen kleiner/gleich 25

Erhöhen/Vermindern des ersten Summanden	$1+2+3=6 \Leftrightarrow 2+3+4=9 \Rightarrow 3+4+5=12$
Verändern der Anzahl der Summanden (Erhöhen/Vermindern)	$4+5+6=15 \Rightarrow 4+5+6+7=22$ oder $3+4+5+6=18$ $2+3+4+5+6=20 \Rightarrow 3+4+5=12$
Alle Summanden erhöhen/vermindern	$4+5+6=15 \Leftrightarrow 5+6+7=18 \Rightarrow 6+7+8=21$
Mit Nachfolger beginnen	$2+3+4=9 \Rightarrow 5+6+7=18$
Mit letzter Zahl beginnen	$4+5+6=15 \Rightarrow 6+7+8=21$
Mit ausgewähltem Ergebnis beginnen	$15 = 1+2+3+4+5 \quad 15 = 4+5+6$
Erhöhen/Vermindern des Abstands zwischen den Summanden	$1+2+3+4=10 \Rightarrow 1+3+5+9=18$
Probierendes Verfahren	ohne erkennbare Systematik
Durchmustern des ersten Summanden	Es wird geprüft, ob eine Zahl noch nicht als erster Summand genutzt wurde.

a) Systematische Vorgehensweise

beim Aufsuchen von Zahlentreppensummen kleiner/gleich 25

Darstellung aller 27 möglichen Zahlentreppen, deren Summe 25 nicht übersteigt

Die folgende Tabelle zeigt alle 27 möglichen Zahlentreppen. Sie veranschaulicht zudem u.a., dass alle Zweierpotenzen nicht in Reihenfolgezahlen zerlegt werden können bzw. nicht als Zahlentreppen aus aufeinanderfolgenden Zahlen dargestellt werden können.

Historisch betrachtet sei an dieser Stelle auf den **Satz von J. J. Sylvester (1814 - 1897)** verwiesen:

"Jede Zahl lässt sich auf so viele Arten als Summe mindestens zwei aufeinander folgender Zahlen darstellen, wie sie ungerade Teiler > 1 hat."

zitiert nach Müller/Steinbring/Wittmann (2004), S.238

a) Systematische Vorgehensweise

beim Aufsuchen von Zahlentreppe sums kleiner/gleich 25

Gesuchte Summe	Anzahl der ungeraden Teiler	Mögliche Zahlentreppe mit				
		2 Summanden	3 Summanden	4 Summanden	5 Summanden	6 Summanden
1	0					
2	0					
3	1	1+2				
4	0					
5	1	2+3				
6	1		1+2+3			
7	1	3+4				
8	0					
9	2	4+5	2+3+4			
10	1			1+2+3+4		
11	1	5+6				
12	1		3+4+5			
13	1	6+7				
14	1			2+3+4+5		
15	3	7+8	4+5+6		1+2+3+4+5	
16	0					
17	1	8+9				
18	2		5+6+7	3+4+5+6		
19	1	9+10				
20	1				2+3+4+5+6	
21	3	10+11	6+7+8			1+2+3+4+5+6
22	1			4+5+6+7		
23	1	11+12				
24	1		7+8+9			
25	2	12+13			3+4+5+6+7	

a) Systematische Vorgehensweise

beim Aufsuchen von Zahlentreppensummen kleiner/gleich 25

Kriterien für eine geordnete Aufstellung aller möglichen "Zahlentreppen" mit Summen bis 25

Auch die übersichtliche Darstellung der gefundenen Möglichkeiten ist zentral. So ist zu klären, welche Kriterien sich für eine geordnete Aufstellung der 27 möglichen Zahlentreppen ergeben können, die (evtl. auch erst nachträglich angefertigt) zur Begründung der Vollständigkeit der Lösungen hilfreich sein kann.

- Erstes Kriterium: erster Summand Zweites Kriterium: Anzahl der Summanden
- Erstes Kriterium: Anzahl der Summanden Zweites Kriterium: erster Summand
- Erstes Kriterium: Summe der Reihe Zweites Kriterium: Anzahl der Summanden

b) Entdeckungen an Zahlentreppen mit 3 und 5 Treppenzahlen

- Bilden Sie Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne Sie die Ergebnisse!
- Färben Sie die Ergebnisse mit zwei verschiedenen Farben in der Hundertertafel!
- Betrachten Sie die Anordnung der Ergebnisse in der Hundertertafel und beschreiben Sie Ihre Beobachtungen!
- Spezialaufträge:
 - Überprüfen Sie Ihre Vermutungen an Zahlentreppen mit n Treppenzahlen und verallgemeinern Sie Ihre Vermutungen!
 - Gibt es auch Ergebniszahlen, die sich nicht als Zahlentreppe darstellen lassen?



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

b) Entdeckungen an Zahlentreppen mit 3 und 5 Treppenzahlen

1+2+3	6
2+3+4	9
3+4+5	12
4+5+6	15
5+6+7	18
6+7+8	21
usw.	...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

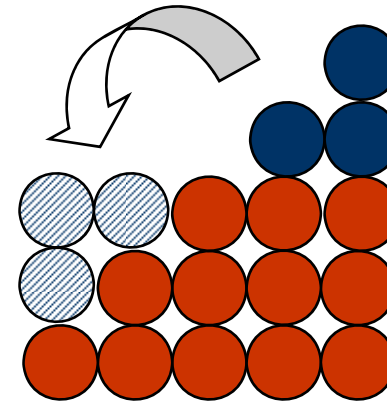
1+2+3+4+5	15
2+3+4+5+6	20
3+4+5+6+7	25
4+5+6+7+8	30
5+6+7+8+9	35
6+7+8+9+10	40
usw.	...

b) Entdeckungen an Zahlentreppen mit 3 und 5 Treppenzahlen

Anschaulicher Beweis:

Bei Zahlentreppen mit ungerader Anzahl an Treppenzahlen kann die Summe immer über den Ausgleich symmetrisch um die mittlere Zahl errechnet werden.

Fünf Treppenzahlen



Die Summe ist immer durch fünf teilbar.

c) Triff die Ergebniszahl 50

Zahlentreppen aus 5 Treppenzahlen mit beliebigem Stufenabstand



- Finden Sie Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen,
 - die addiert zum Ergebnis 50 führen!
- Sie können die Startzahl und den Stufenabstand beliebig wählen.
- Schreiben Sie alle Zahlentreppen auf und kreisen Sie die Ergebniszahl ein, wenn Sie tatsächlich die 50 als Ergebnis erreicht haben!
- Schauen Sie sich alle Zahlentreppen an, die zum Ergebnis 50 führen und beschreiben Sie Ihre Entdeckungen!
- Spezialauftrag:
 - Überprüfen Sie Ihre Vermutungen an anderen Ergebniszahlen/Anzahlen von Treppenzahlen.
 - Gibt es Ergebnisse, die nicht als Zahlentreppe darstellbar sind?

c) Triff die Ergebniszahl 50

Zahlentreppen aus 5 Treppenzahlen mit beliebigem Stufenabstand

	=	50
	=	50
	=	50
	=	50
	=	50
	=	50
	=	50

	=	
	=	
	=	
	=	
	=	
	=	
	=	

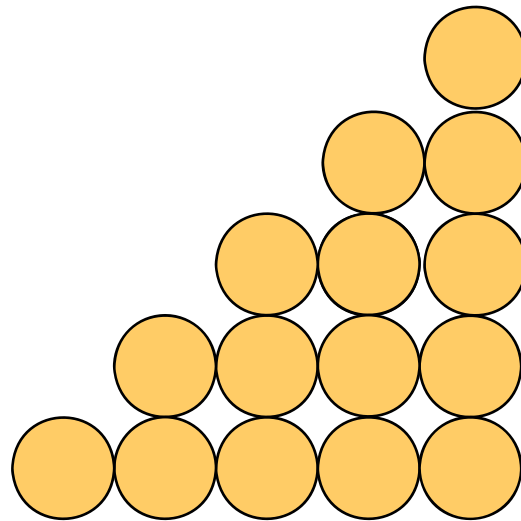
c) Triff die Ergebniszahl 50

Zahlentreppen aus 5 Treppenzahlen mit beliebigem Stufenabstand

8 + 9 + 10 + 11 + 12	=	50
6 + 8 + 10 + 12 + 14	=	50
4 + 7 + 10 + 13 + 16	=	50
2 + 6 + 10 + 14 + 18	=	50
0 + 5 + 10 + 15 + 20	=	50
+ + + +	=	
+ + + +	=	

+ + + +	=	
+ + + +	=	
+ + + +	=	
+ + + +	=	
+ + + +	=	
+ + + +	=	
+ + + +	=	

Zur Umsetzung in der Unterrichtspraxis



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = ?$$



Beitrag zum Kompetenzerwerb durch Beschäftigung mit Zahlentreppen im MU

Die Schüler...

- ...erfassen durch die Bearbeitung ausgewählter Problemstellungen konstruktive und strukturelle Zusammenhänge des Aufgabenformats "Zahlentreppen", indem sie...
 - o ...beim Aufsummieren arithmetischer Reihen geeignete Rechenstrategien entwickeln und nutzen.
 - o ...Beziehungen zwischen Summanden und Summen arithmetischer Reihen untersuchen, beschreiben und dokumentieren.
 - o ...andererseits ausgehend von bestimmten Summen zunehmend systematisch geeignete Zerlegungen in Form von arithmetischen Reihen mit konstantem Abstand zwischen den Summanden auffinden.
- ...fertigen geordnete und sachgerechte Darstellungen zu ihren Entdeckungen/ Ergebnissen an und verbalisieren ihre Entdeckungen/begründen ihre Vorgehensweisen.
- ...erweitern im Verlauf der Unterrichtseinheit ihre Problemlösekompetenz insbesondere durch zunehmend systematische Vorgehensweise auf dem jeweiligen Lösungsweg.

Zur Umsetzung in der Unterrichtspraxis

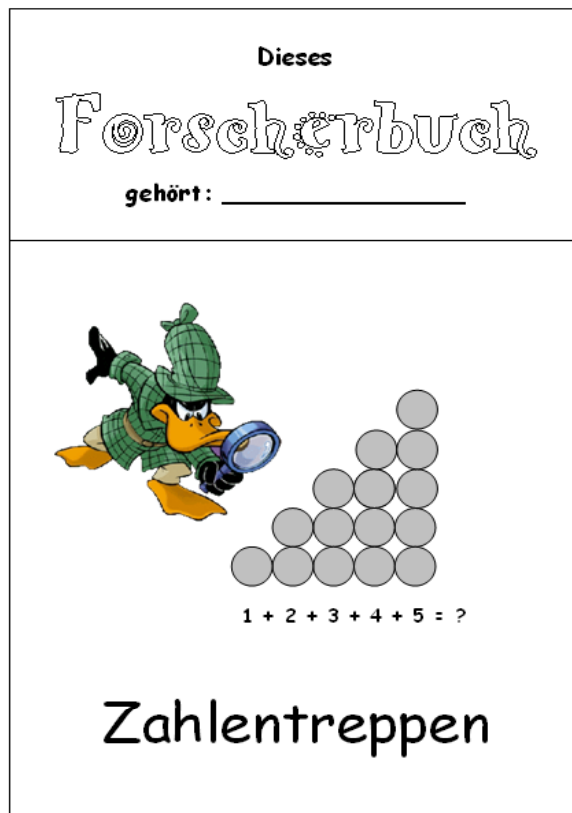
Gestaltung einer Unterrichtseinheit/ von Unterrichtssequenzen

- Die Gauß-Aufgabe: Geschicktes Addieren aller Zahlen von 1-20/ 1-100
- Zahlentreppen-Summen mit beliebiger Anzahl von Summanden
- Auffinden von Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen, deren Summe höchstens 25 beträgt
- Entdeckungen an Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen und konstanter Anzahl von Summanden (3 bzw. 5 Summanden)
- Forscherzeit: Zahlentreppen mit dem Stufenabstand 1
- Zahlentreppen mit einem Stufenabstand > 1 oder $= 1$
- Triff die 50! Zahlentreppen mit 5 Summanden und beliebigem Stufenabstand
- Systematisches Auffinden von Zahlentreppen mit 5 Summanden zu einer selbst gewählten Zielzahl
- *Rückblick auf die Unterrichtseinheit/ Dokumentation der Lernentwicklung*

Mit Rücksicht auf die arithmetischen Fähigkeiten im 1. Halbjahr des 3. Schuljahres kann die ursprüngliche Gaußaufgabe reduziert werden auf den Zahlenraum von 1 bis 20

Umsetzung in der Unterrichtspraxis

Konzeption des Forscherbuches und exemplarische Schülerergebnisse



Die gesamte Unterrichtseinheit „Zahlentreppe“ wird von einem "Forscherbuch" begleitet.

Es erfüllt im Verlauf der UE mehrere Funktionen:

- Arbeitsmittel im Zusammenhang mit einzelnen Aufgabenstellungen
- Prozessbegleitende Dokumentation von Lernergebnissen
- Dokumentation des Lernzuwachses und Medium zur Selbsteinschätzung am Ende der Unterrichtseinheit.

Umsetzung in der Unterrichtspraxis

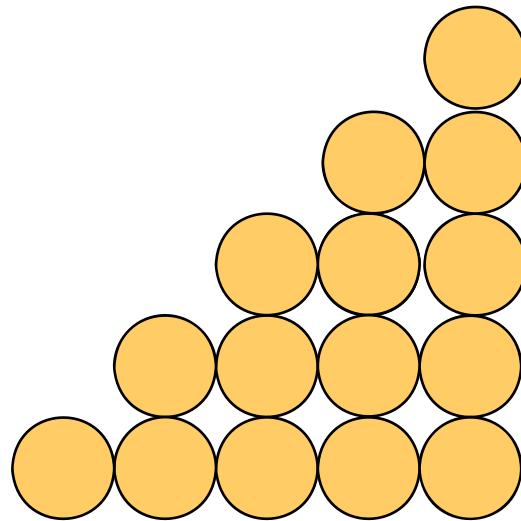
Konzeption des Forscherbuches und exemplarische Schülerergebnisse

Weitere methodische Überlegungen:

- Veranschauligungsmittel:
 - Wendeplättchen für die Schüler
 - Magnetwendeplättchen für die Tafel
 - weißes Papier/Papierstreifen/ Ziffernkarten (magnetisch)
 - „Plättchenstreifen-Vorlage“
 - Zahlentreppenplakate (Bauregeln für Zahlentreppen)
- Wortspeicher: Wesentliche Begriffe werden hier im Verlauf der UE gesammelt
- Qualitative Differenzierung:
 - durch Offenheit der Aufgabenstellungen
 - durch Nutzen von Veranschaulichungsmaterialien
- Gestaltung des Unterrichtsverlaufs
 - Präzise Klärung der Problemstellung und notwendiger Begriffe
 - großzügiger Zeitrahmen für den Problemlöseprozess
 - Präsentation der Ergebnisse und Gespräch über Lösungswege und Entdeckungen sind unerlässlich für den Lernzuwachs

Forscherbuch – Zahlentreppen

Dokumente aus einer Unterrichtseinheit in einer 3. Kl. (Nov.)



$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = ?$$



Beispielhafte Schülerergebnisse (2)

1. Forscherauftrag

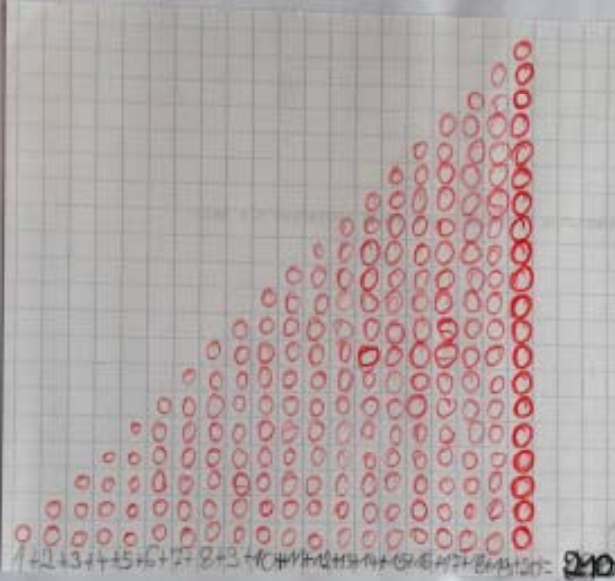
- Addiere alle Zahlen von 1 bis 20!

1. Forscherauftrag:

Addiere alle Zahlen von 1 bis 20!



a) Zeichne dazu die Zahlentreppe und schreibe die Plusaufgabe darunter!



b) Suche einen möglichst geschickten Rechenweg zum Addieren der Zahlen! Schreibe deinen Rechenweg auf und erkläre ihn!

$$1+19=20 \quad 2+18=20 \quad 3+17=20 \quad 4+16=20 \quad 5+15=20 \\ 6+14=20 \quad 7+13=20 \quad 8+12=20 \quad 9+11=20 \\ 10+20=30$$

$$9 \cdot 20 = 180$$

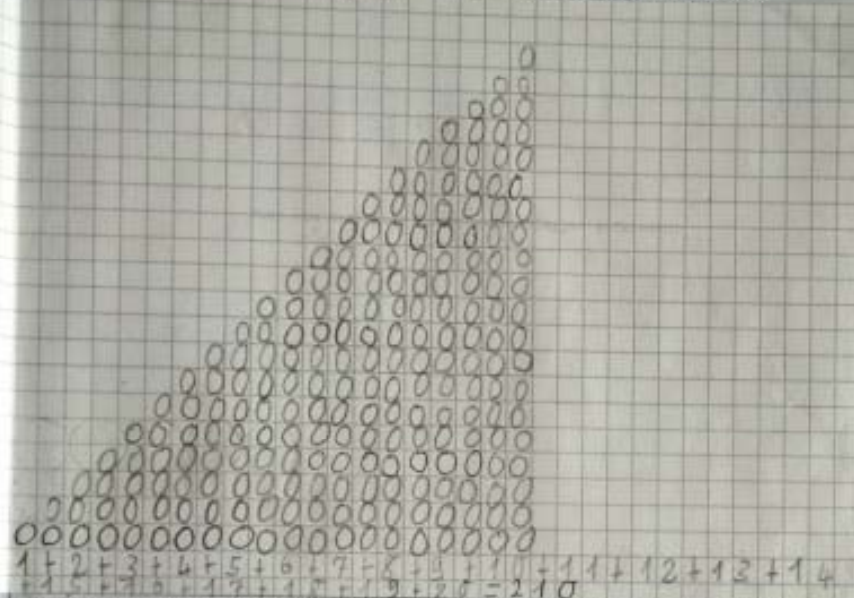
$$180 + 30 = 210$$

1. Forscherauftrag:

Addiere alle Zahlen von 1 bis 20!



a) Zeichne dazu die Zahlentreppe und schreibe die Plusaufgabe darunter!



b) Suche einen möglichst geschickten Rechenweg zum Addieren der Zahlen! Schreibe deinen Rechenweg auf und erkläre ihn!

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55 \\ 11+12+13+14+15+16+17+18+19+20=155 \\ = 210$$

Ich rechne erst die vollen Zehner und dann

$$\text{vollen Zwanziger und danach erst die Einer} \\ 10+10+10+10+10+10+10+10+20=110 \\ 1+2+3+4+5+6+7+8+9+=45 \\ = 155$$

Beispielhafte Schülerergebnisse (3)

1. Forscherauftrag/ Spezialauftrag

- Addiere alle Zahlen von 1 bis 100 und beschreibe deinen Lösungsweg!



Spezialauftrag: Addiere alle Zahlen von 1 bis 100 und beschreibe deinen Lösungsweg!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Frage: Wie viele ergibt das Hunderterfeld?

Rechnung: 1. Spalte
 $1 + 11 + 21 + 31 + 41 + 51 + 61 + 71 + 81 + 91 = 460$ und dann
 ist die nächste Spalte um 10 mehr.

2. Spalte
 $460 + 10 = 470$
 3. Spalte
 $470 + 10 = 480$
 4. Spalte
 $480 + 10 = 490$
 5. Spalte
 $490 + 10 = 500$
 6. Spalte
 $500 + 10 = 510$
 7. Spalte
 $510 + 10 = 520$
 8. Spalte
 $520 + 10 = 530$
 9. Spalte
 $530 + 10 = 540$
 10. Spalte
 $540 + 10 = 550$
 11. Spalte
 $550 + 540 + 530 + 520 + 510 + 500 + 490 + 480 + 470 + 460 = 5050$

Antwort: das Ergebnis ist 5050.

Spezialauftrag: Addiere alle Zahlen von 1 bis 100 und beschreibe deinen Lösungsweg!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

$1+9=10, 2+8=10, 3+7=10, 4+6=10, 5+10=15$ Ergebnis: 55
 $11+19=30, 12+18=30, 13+17=30, 14+16=30, 15+20=35$ Ergebnis: 155
 $21+29=50, 22+28=50, 23+27=50, 24+26=50, 25+30=55$ Ergebnis: 255
 $31+39=70, 32+38=70, 33+37=70, 34+36=70, 35+40=75=355$
 $41+49=90, 42+48=90, 43+47=90, 44+46=90, 45+50=95$ Ergebnis: 455
 $51+59=110, 52+58=110, 53+57=110, 54+56=110, 55+60=115$ Ergebnis: 555
 $61+69=130, 62+68=130, 63+67=130, 64+66=130, 65+70=135$ Ergebnis: 655
 $71+79=150, 72+78=150, 73+77=150, 74+76=150, 75+80=155$ Ergebnis: 755
 $81+89=170, 82+88=170, 83+87=170, 84+86=170, 85+90=175$ Ergebnis: 855
 $91+99=190, 92+98=190, 93+97=190, 94+96=190, 95+100=195$ Ergebnis: 955

$$55 + 155 + 255 + 355 + 455 + 555 + 655 + 755 + 855 + 955 = 5050$$

10-10

Beispielhafte Schülerergebnisse (13)

2. Forscherauftrag

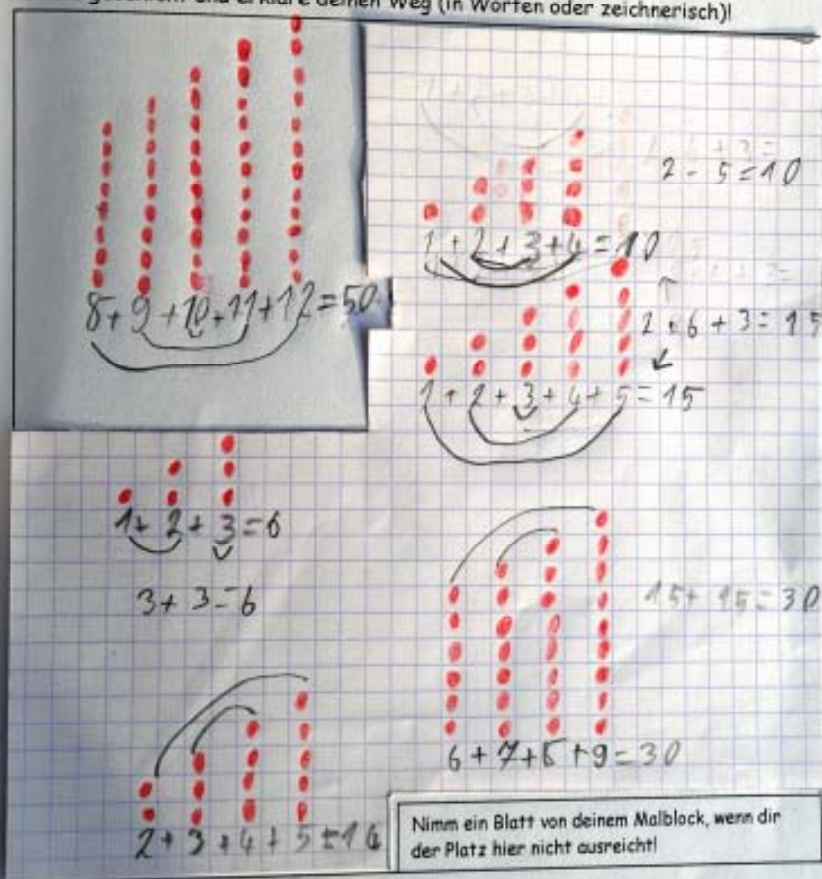
- Erfinde weitere Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen und berechne jeweils das Ergebnis!

2. Forscherauftrag:

Erfinde weitere Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen und berechne jeweils das Ergebnis!



- Wähle unterschiedliche Startzahlen! Erfinde lange und kurze Zahlentreppen!
- Du darfst deine Zahlentreppen auch zeichnen. Schreibe jeweils die passende Plusaufgabe dazu!
- Rechne geschickt und erkläre deinen Weg (in Worten oder zeichnerisch)!



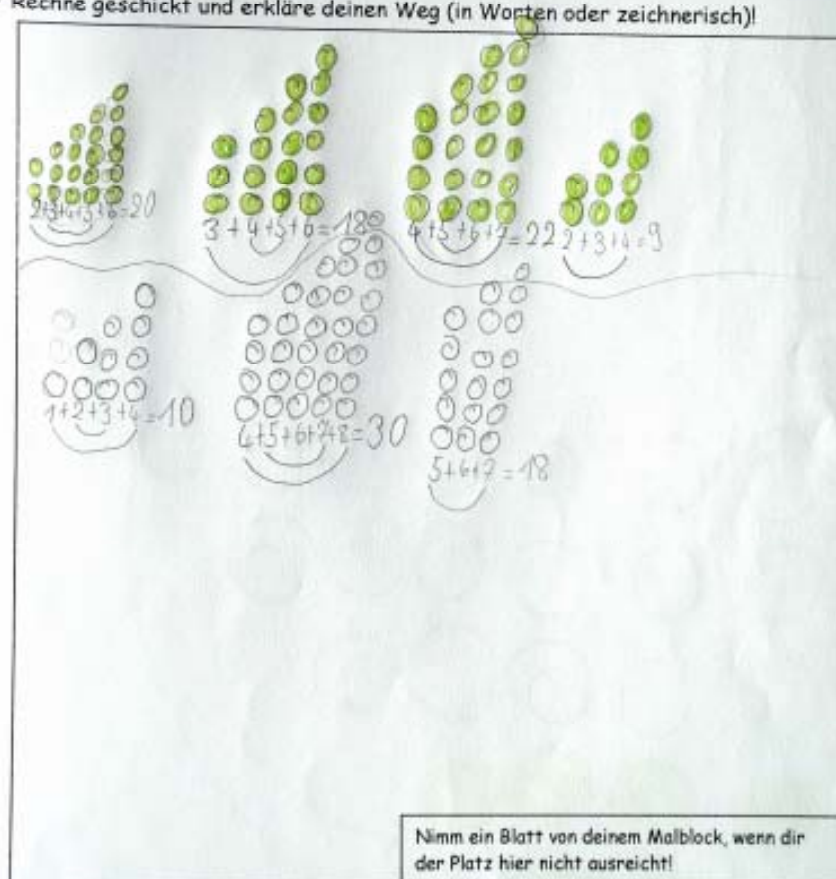
Spezialauftrag: Erfinde Rechentreppen mit besonders großen Zahlen oder mit vielen aufeinanderfolgenden Treppenzahlen!

2. Forscherauftrag:

Erfinde weitere Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen und berechne jeweils das Ergebnis!



- Wähle unterschiedliche Startzahlen! Erfinde lange und kurze Zahlentreppen!
- Du darfst deine Zahlentreppen auch zeichnen. Schreibe jeweils die passende Plusaufgabe dazu!
- Rechne geschickt und erkläre deinen Weg (in Worten oder zeichnerisch)!



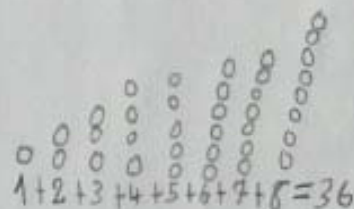
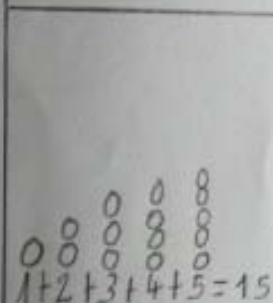
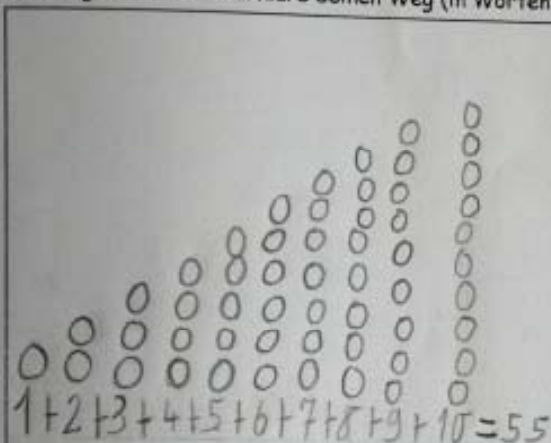
Spezialauftrag: Erfinde Rechentreppen mit besonders großen Zahlen oder mit vielen aufeinanderfolgenden Treppenzahlen!

2. Forscherauftrag:

Erfinde weitere Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen und berechne jeweils das Ergebnis!



- Wähle unterschiedliche Startzahlen! Erfinde lange und kurze Zahlentreppen!
- Du darfst deine Zahlentreppen auch zeichnen. Schreibe jeweils die passende Plusaufgabe dazu!
- Rechne geschickt und erkläre deinen Weg (in Worten oder zeichnerisch)!



Nimm ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

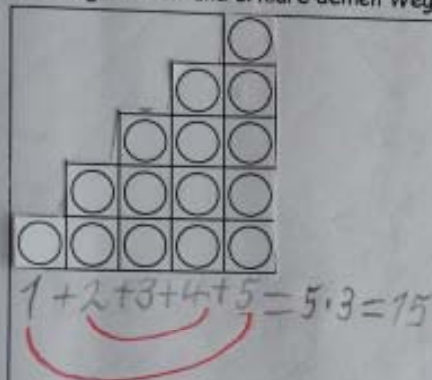
Spezialauftrag: Erfinde Rechentreppen mit besonders großen Zahlen oder mit vielen aufeinanderfolgenden Treppenzahlen!

2. Forscherauftrag:

Erfinde weitere Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Zahlen und berechne jeweils das Ergebnis!



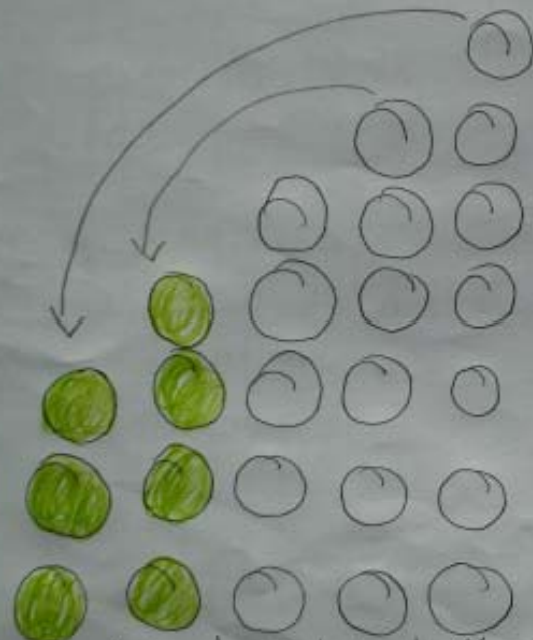
- Wähle unterschiedliche Startzahlen! Erfinde lange und kurze Zahlentreppen!
- Du darfst deine Zahlentreppen auch zeichnen. Schreibe jeweils die passende Plusaufgabe dazu!
- Rechne geschickt und erkläre deinen Weg (in Worten oder zeichnerisch)!



Nimm ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Spezialauftrag: Erfinde Rechentreppen mit besonders großen Zahlen oder mit vielen aufeinanderfolgenden Treppenzahlen!

Meine Zahlentreppe



$$2 \cdot 10 + 5 = 25$$

$$3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

$$99 + 100 + 101 + 102 + 103 + 104 + 105 = 714$$

$$7 \cdot 102 = 714$$

Ich habe erst die Zahlen zusammen gerechnet, das sind 7 Zahlen
dann habe ich $7 \cdot 102 = 714$.

$$80 + 81 + 82 + 83 + 84 + 85 + 86 = 651 \quad 7 \cdot 83 = 651 \quad 7 \cdot 3 = 21 \quad 7 \cdot 90 = 630$$

Ich habe erst $7 \cdot 3 = 21$ dann $7 \cdot 90 = 630$ und danach $7 \cdot 83 = 651$

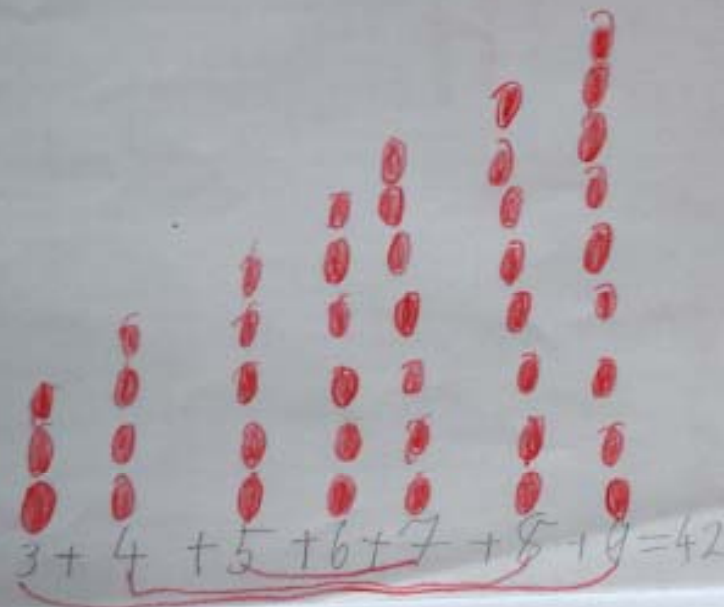
$$64 + 65 + 66 + 67 + 68 + 69 + 70 + 71 + 72 = 544$$

$$9 \cdot 68 = 544$$

...
 Weil man ja immer die Erste und die Letzte zusammen fasst. Das ist dann das doppelte, dann halbiert man die Zahlen wieder und rechnet so viel mal, wie die Anzahl der Treppenzahlen.

$$366 + 367 + 368 + 369 + 370 + 371 + 372 + 373 + 374 = 3330$$

$$9 \cdot 370 = 3330$$



Ich hab erst $9 + 3 = 12$ und dann $8 + 4 = 12$ und dann $7 + 5 = 12$ und dann $12 + 12 = 24$ und $24 + 12 = 36$ und $36 + 6 = 42$

$$10^0 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + \underline{10^4} + 10^5 + 10^6 + 10^7 + 10^8 =$$

$$4 \cdot 20^8 + 10^4 = 936$$

$$20^2 + 20^3 + 20^4 + \underline{20^5} + 20^6 + 20^7 + 20^8 =$$

$$7 \cdot 20^5 = 1400 + 35 = 1435$$

$$7+13=20 \quad 8+12=20 \quad 11+9=20$$

$$20+20+20=60$$

$$78+79+80+81+82$$

$$\begin{array}{r} = 760 \\ + \\ = 760 \end{array}$$

$$2 \cdot 760 = 320 \cdot 320 + 80 = 400$$

$$5 \cdot 204 = 1020 \quad 5 \cdot 204 = 1020$$

$$97+98+99+100+101+102+103+104+105+106+107$$

$$\begin{array}{r} = 104 \\ = 104 \\ = 104 \\ = 104 \\ + = 204 \end{array}$$

Meine Zahlen Treppe!

$$0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=45$$

1 12

$$11+12+13+14+15+16+17+18+19=135$$

$$4 \cdot 30 + 15 = 135$$

$$98+99+100+101+102=500$$

$$2 \cdot 200 + 100 = 500$$

$$1+2+3+4+5=15$$

$$2 \cdot 6 + 3 = 15$$

$$103 + 104 + \underline{105} + 106 + 107 = 525$$

$$5 \cdot 105 = 105 + 105 + 105 + 105 + 105 = 525$$

$$97 + 98 + 99 + \underline{100} + 101 + 102 = 600$$

$$6 \cdot 100 = 600$$

$$67 + 68 + 69 + \underline{70} + 71 + 72 + 73 =$$

3. 7 = 4910) dann noch die Null dahinter und schon hat man das Ergebnis
490 ← wenn Multipl. : 7 · 70 = 490

$$99 + 100 + \underline{101} + 102 + 103 = 505$$

$$5 \cdot 101 = 505$$

Beispielhafte Schülerergebnisse (5)

3. Forscherauftrag

- Finde alle Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Treppenzahlen, deren Ergebnis höchstens 25 ist!

3. Forscherauftrag:

Finde alle Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Treppenzahlen, deren Ergebnis höchstens 25 ist!



- Schreibe die Zahlentreppen geordnet auf, um sicher zu sein, alle Möglichkeiten zu finden!
- Du kannst die Aufgabe durch die Verwendung von farbigen Stiften besonders übersichtlich gestalten.

$$1+2=3 \quad 2+3=5 \quad 3+4=7 \quad 4+5=9 \quad 5+6=11$$

$$6+7=13 \quad 7+8=15 \quad 8+9=17 \quad 9+10=19$$

$$10+11=21 \quad 11+12=23$$

$$12+13=25$$

$$1+2+3=6 \quad 2+3+4=9 \quad 3+4+5=12$$

$$4+5+6=15 \quad 5+6+7=18 \quad 6+7+8=21$$

$$7+8+9=24 \quad 1+2+3+4=10$$

$$2+3+4+5=14 \quad 3+4+5+6=18$$

$$4+5+6+7=22 \quad 5+6+7+8=26$$

Na, hast du alle Zahlentreppen gefunden?

Es gibt 27 unterschiedliche Zahlentreppen.



Erkläre, warum du dir sicher bist, alle Zahlentreppen gefunden zu haben!

Als erstes habe ich die Zweierkette
aufgeschrieben, dann waren 13, 20, 27, 34, 41, 48, 55, 62, 69, 76, 83, 90, 97, 104, 111, 118, 125, 132, 139, 146, 153, 160, 167, 174, 181, 188, 195, 202, 209, 216, 223, 230, 237, 244, 251, 258, 265, 272, 279, 286, 293, 300, 307, 314, 321, 328, 335, 342, 349, 356, 363, 370, 377, 384, 391, 398, 405, 412, 419, 426, 433, 440, 447, 454, 461, 468, 475, 482, 489, 496, 503, 510, 517, 524, 531, 538, 545, 552, 559, 566, 573, 580, 587, 594, 601, 608, 615, 622, 629, 636, 643, 650, 657, 664, 671, 678, 685, 692, 699, 706, 713, 720, 727, 734, 741, 748, 755, 762, 769, 776, 783, 790, 797, 804, 811, 818, 825, 832, 839, 846, 853, 860, 867, 874, 881, 888, 895, 902, 909, 916, 923, 930, 937, 944, 951, 958, 965, 972, 979, 986, 993, 1000, 1007, 1014, 1021, 1028, 1035, 1042, 1049, 1056, 1063, 1070, 1077, 1084, 1091, 1098, 1105, 1112, 1119, 1126, 1133, 1140, 1147, 1154, 1161, 1168, 1175, 1182, 1189, 1196, 1203, 1210, 1217, 1224, 1231, 1238, 1245, 1252, 1259, 1266, 1273, 1280, 1287, 1294, 1301, 1308, 1315, 1322, 1329, 1336, 1343, 1350, 1357, 1364, 1371, 1378, 1385, 1392, 1399, 1406, 1413, 1420, 1427, 1434, 1441, 1448, 1455, 1462, 1469, 1476, 1483, 1490, 1497, 1504, 1511, 1518, 1525, 1532, 1539, 1546, 1553, 1560, 1567, 1574, 1581, 1588, 1595, 1602, 1609, 1616, 1623, 1630, 1637, 1644, 1651, 1658, 1665, 1672, 1679, 1686, 1693, 1700, 1707, 1714, 1721, 1728, 1735, 1742, 1749, 1756, 1763, 1770, 1777, 1784, 1791, 1798, 1805, 1812, 1819, 1826, 1833, 1840, 1847, 1854, 1861, 1868, 1875, 1882, 1889, 1896, 1903, 1910, 1917, 1924, 1931, 1938, 1945, 1952, 1959, 1966, 1973, 1980, 1987, 1994, 2001, 2008, 2015, 2022, 2029, 2036, 2043, 2050, 2057, 2064, 2071, 2078, 2085, 2092, 2099, 2106, 2113, 2120, 2127, 2134, 2141, 2148, 2155, 2162, 2169, 2176, 2183, 2190, 2197, 2204, 2211, 2218, 2225, 2232, 2239, 2246, 2253, 2260, 2267, 2274, 2281, 2288, 2295, 2302, 2309, 2316, 2323, 2330, 2337, 2344, 2351, 2358, 2365, 2372, 2379, 2386, 2393, 2400, 2407, 2414, 2421, 2428, 2435, 2442, 2449, 2456, 2463, 2470, 2477, 2484, 2491, 2498, 2505, 2512, 2519, 2526, 2533, 2540, 2547, 2554, 2561, 2568, 2575, 2582, 2589, 2596, 2603, 2610, 2617, 2624, 2631, 2638, 2645, 2652, 2659, 2666, 2673, 2680, 2687, 2694, 2701, 2708, 2715, 2722, 2729, 2736, 2743, 2750, 2757, 2764, 2771, 2778, 2785, 2792, 2799, 2806, 2813, 2820, 2827, 2834, 2841, 2848, 2855, 2862, 2869, 2876, 2883, 2890, 2897, 2904, 2911, 2918, 2925, 2932, 2939, 2946, 2953, 2960, 2967, 2974, 2981, 2988, 2995, 3002, 3009, 3016, 3023, 3030, 3037, 3044, 3051, 3058, 3065, 3072, 3079, 3086, 3093, 3100, 3107, 3114, 3121, 3128, 3135, 3142, 3149, 3156, 3163, 3170, 3177, 3184, 3191, 3198, 3205, 3212, 3219, 3226, 3233, 3240, 3247, 3254, 3261, 3268, 3275, 3282, 3289, 3296, 3303, 3310, 3317, 3324, 3331, 3338, 3345, 3352, 3359, 3366, 3373, 3380, 3387, 3394, 3401, 3408, 3415, 3422, 3429, 3436, 3443, 3450, 3457, 3464, 3471, 3478, 3485, 3492, 3499, 3506, 3513, 3520, 3527, 3534, 3541, 3548, 3555, 3562, 3569, 3576, 3583, 3590, 3597, 3604, 3611, 3618, 3625, 3632, 3639, 3646, 3653, 3660, 3667, 3674, 3681, 3688, 3695, 3702, 3709, 3716, 3723, 3730, 3737, 3744, 3751, 3758, 3765, 3772, 3779, 3786, 3793, 3800, 3807, 3814, 3821, 3828, 3835, 3842, 3849, 3856, 3863, 3870, 3877, 3884, 3891, 3898, 3905, 3912, 3919, 3926, 3933, 3940, 3947, 3954, 3961, 3968, 3975, 3982, 3989, 3996, 4003, 4010, 4017, 4024, 4031, 4038, 4045, 4052, 4059, 4066, 4073, 4080, 4087, 4094, 4101, 4108, 4115, 4122, 4129, 4136, 4143, 4150, 4157, 4164, 4171, 4178, 4185, 4192, 4199, 4206, 4213, 4220, 4227, 4234, 4241, 4248, 4255, 4262, 4269, 4276, 4283, 4290, 4297, 4304, 4311, 4318, 4325, 4332, 4339, 4346, 4353, 4360, 4367, 4374, 4381, 4388, 4395, 4402, 4409, 4416, 4423, 4430, 4437, 4444, 4451, 4458, 4465, 4472, 4479, 4486, 4493, 4500, 4507, 4514, 4521, 4528, 4535, 4542, 4549, 4556, 4563, 4570, 4577, 4584, 4591, 4598, 4605, 4612, 4619, 4626, 4633, 4640, 4647, 4654, 4661, 4668, 4675, 4682, 4689, 4696, 4703, 4710, 4717, 4724, 4731, 4738, 4745, 4752, 4759, 4766, 4773, 4780, 4787, 4794, 4801, 4808, 4815, 4822, 4829, 4836, 4843, 4850, 4857, 4864, 4871, 4878, 4885, 4892, 4899, 4906, 4913, 4920, 4927, 4934, 4941, 4948, 4955, 4962, 4969, 4976, 4983, 4990, 4997, 5004, 5011, 5018, 5025, 5032, 5039, 5046, 5053, 5060, 5067, 5074, 5081, 5088, 5095, 5102, 5109, 5116, 5123, 5130, 5137, 5144, 5151, 5158, 5165, 5172, 5179, 5186, 5193, 5200, 5207, 5214, 5221, 5228, 5235, 5242, 5249, 5256, 5263, 5270, 5277, 5284, 5291, 5298, 5305, 5312, 5319, 5326, 5333, 5340, 5347, 5354, 5361, 5368, 5375, 5382, 5389, 5396, 5403, 5410, 5417, 5424, 5431, 5438, 5445, 5452, 5459, 5466, 5473, 5480, 5487, 5494, 5501, 5508, 5515, 5522, 5529, 5536, 5543, 5550, 5557, 5564, 5571, 5578, 5585, 5592, 5599, 5606, 5613, 5620, 5627, 5634, 5641, 5648, 5655, 5662, 5669, 5676, 5683, 5690, 5697, 5704, 5711, 5718, 5725, 5732, 5739, 5746, 5753, 5760, 5767, 5774, 5781, 5788, 5795, 5802, 5809, 5816, 5823, 5830, 5837, 5844, 5851, 5858, 5865, 5872, 5879, 5886, 5893, 5900, 5907, 5914, 5921, 5928, 5935, 5942, 5949, 5956, 5963, 5970, 5977, 5984, 5991, 5998, 6005, 6012, 6019, 6026, 6033, 6040, 6047, 6054, 6061, 6068, 6075, 6082, 6089, 6096, 6103, 6110, 6117, 6124, 6131, 6138, 6145, 6152, 6159, 6166, 6173, 6180, 6187, 6194, 6201, 6208, 6215, 6222, 6229, 6236, 6243, 6250, 6257, 6264, 6271, 6278, 6285, 6292, 6299, 6306, 6313, 6320, 6327, 6334, 6341, 6348, 6355, 6362, 6369, 6376, 6383, 6390, 6397, 6404, 6411, 6418, 6425, 6432, 6439, 6446, 6453, 6460, 6467, 6474, 6481, 6488, 6495, 6502, 6509, 6516, 6523, 6530, 6537, 6544, 6551, 6558, 6565, 6572, 6579, 6586, 6593, 6600, 6607, 6614, 6621, 6628, 6635, 6642, 6649, 6656, 6663, 6670, 6677, 6684, 6691, 6698, 6705, 6712, 6719, 6726, 6733, 6740, 6747, 6754, 6761, 6768, 6775, 6782, 6789, 6796, 6803, 6810, 6817, 6824, 6831, 6838, 6845, 6852, 6859, 6866, 6873, 6880, 6887, 6894, 6901, 6908, 6915, 6922, 6929, 6936, 6943, 6950, 6957, 6964, 6971, 6978, 6985, 6992, 6999, 7006, 7013, 7020, 7027, 7034, 7041, 7048, 7055, 7062, 7069, 7076, 7083, 7090, 7097, 7104, 7111, 7118, 7125, 7132, 7139, 7146, 7153, 7160, 7167, 7174, 7181, 7188, 7195, 7202, 7209, 7216, 7223, 7230, 7237, 7244, 7251, 7258, 7265, 7272, 7279, 7286, 7293, 7300, 7307, 7314, 7321, 7328, 7335, 7342, 7349, 7356, 7363, 7370, 7377, 7384, 7391, 7398, 7405, 7412, 7419, 7426, 7433, 7440, 7447, 7454, 7461, 7468, 7475, 7482, 7489, 7496, 7503, 7510, 7517, 7524, 7531, 7538, 7545, 7552, 7559, 7566, 7573, 7580, 7587, 7594, 7601, 7608, 7615, 7622, 7629, 7636, 7643, 7650, 7657, 7664, 7671, 7678, 7685, 7692, 7699, 7706, 7713, 7720, 7727, 7734, 7741, 7748, 7755, 7762, 7769, 7776, 7783, 7790, 7797, 7804, 7811, 7818, 7825, 7832, 7839, 7846, 7853, 7860, 7867, 7874, 7881, 7888, 7895, 7902, 7909, 7916, 7923, 7930, 7937, 7944, 7951, 7958, 7965, 7972, 7979, 7986, 7993, 8000, 8007, 8014, 8021, 8028, 8035, 8042, 8049, 8056, 8063, 8070, 8077, 8084, 8091, 8098, 8105, 8112, 8119, 8126, 8133, 8140, 8147, 8154, 8161, 8168, 8175, 8182, 8189, 8196, 8203, 8210, 8217, 8224, 8231, 8238, 8245, 8252, 8259, 8266, 8273, 8280, 8287, 8294, 8301, 8308, 8315, 8322, 8329, 8336, 8343, 8350, 8357, 8364, 8371, 8378, 8385, 8392, 8399, 8406, 8413, 8420, 8427, 8434, 8441, 8448, 8455, 8462, 8469, 8476, 8483, 8490, 8497, 8504, 8511, 8518, 8525, 8532, 8539, 8546, 8553, 8560, 8567, 8574, 8581, 8588, 8595, 8602, 8609, 8616, 8623, 8630, 8637, 8644, 8651, 8658, 8665, 8672, 8679, 8686, 8693, 8700, 8707, 8714, 8721, 8728, 8735, 8742, 8749, 8756, 8763, 8770, 8777, 8784, 8791, 8798, 8805, 8812, 8819, 8826, 8833, 8840, 8847, 8854, 8861, 8868, 8875, 8882, 8889, 8896, 8903, 8910, 8917, 8924, 8931, 8938, 8945, 8952, 8959, 8966, 8973, 8980, 8987, 8994, 9001, 9008, 9015, 9022, 9029, 9036, 9043, 9050, 9057, 9064, 9071, 9078, 9085, 9092, 9099, 9106, 9113, 9120, 9127, 9134, 9141, 9148, 9155, 9162, 9169, 9176, 9183, 9190, 9197, 9204, 9211, 9218, 9225, 9232, 9239, 9246, 9253, 9260, 9267, 9274, 9281, 9288, 9295, 9302, 9309, 9316, 9323, 9330, 9337, 9344, 9351, 9358, 9365, 9372, 9379, 9386, 9393, 9400, 9407, 9414, 9421, 9428, 9435, 9442, 9449, 9456, 9463, 9470, 9477, 9484, 9491, 9498, 9505, 9512, 9519, 9526, 9533, 9540, 9547, 9554, 9561, 9568, 9575, 9582, 9589, 9596, 9603, 9610, 9617, 9624, 9631, 9638, 9645, 9652, 9659, 9666, 9673, 9680, 9687, 9694, 9701, 9708, 9715, 9722, 9729, 9736, 9743, 9750, 9757, 9764, 9771, 9778, 9785, 9792, 9799, 9806, 9813, 9820, 9827, 9834, 9841, 9848, 9855, 9862, 9869, 9876, 9883, 9890, 9897, 9904, 9911, 9918, 9925, 9932, 9939, 9946, 9953, 9960, 9967, 9974, 9981, 9988, 9995, 10002, 10009, 10016, 10023, 10030, 10037, 10044, 10051, 10058, 10065, 10072, 10079, 10086, 10093, 10100, 10107, 10114, 10121, 10128, 10135, 10142, 10149, 10156, 10163, 10170, 10177, 10184, 10191, 10198, 10205, 10212, 10219, 10226, 10233, 10240, 10247, 10254, 10261, 10268, 10275, 10282, 10289, 10296, 10303, 10310, 10317, 10324, 10331, 10338, 10345, 10352, 10359, 10366, 10373, 10380, 10387, 10394, 10401, 10408, 10415, 10422, 10429, 10436, 10443, 10450, 10457, 10464, 10471, 10478, 10485, 10492, 10499, 10506, 10513, 10520, 10527, 10534, 10541, 10548, 10555, 10562, 10569, 10576, 10583, 10590, 10597, 10604, 10611, 10618, 10625, 10632, 10639, 10646, 10653, 10660, 10667, 10674, 10681, 10688, 10695, 10702, 10709, 10716, 10723, 10730, 10737, 10744, 10751, 10758, 10765, 10772, 10779, 10786, 10793, 10800, 10807, 10814, 10821, 10828, 10835, 10842, 10849, 10856, 10863, 10870, 10877, 10884, 10891, 10898, 10905, 10912, 10919, 10926, 10933, 10940, 10947, 10954, 10961, 10968, 10975, 10982, 10989, 10996, 11003, 11010, 11017, 11024, 11031, 11038, 11045, 11052, 11059, 11066, 11073, 11080, 11087, 11094, 11101, 11108, 11115, 11122, 11129, 11136, 11143, 11150, 11157, 11164, 11171, 11178, 11185, 11192, 11199, 11206, 11213, 11220, 11227, 11234, 11241, 11248, 11255, 11262, 11269, 11276, 11283, 11290, 11297, 11304, 11311, 11318, 11325, 11332, 11339, 11346, 11353, 11360, 11367, 11374, 11381, 11388, 11395, 11402, 11409, 11416, 11423, 11430, 11437, 11444, 11451, 11458, 11465, 11472, 11479, 11486, 11493, 11500, 11507, 11514, 11521, 11528, 11535, 11542, 11549, 11556, 11563, 11570, 11577, 11584, 11591, 11598, 11605, 11612, 11619, 11626, 11633, 11640, 11647, 11654, 11661, 11668, 11675, 11682, 11689, 11696, 11703, 11710, 11717, 11724, 11731, 11738, 11745, 11752, 11759, 11766, 11773, 11780, 11787, 11794, 11801, 11808, 11815, 11822, 11829, 11836, 11843, 11850, 11857, 11864, 11871, 11878, 11885, 11892, 11899, 11906, 11913, 11920, 11927, 11934, 11941, 11948, 11955, 11962, 11969, 11976, 11983, 11990, 11997, 12004, 12011, 12018, 12025, 12032, 12039, 12046, 12053, 12060, 12067, 12074, 12081, 12088, 12095, 12102, 12109, 12116, 12123, 12130, 12137, 12144, 12151, 12158, 12165, 12172, 12179, 12186, 12193, 12200, 12207, 12214, 12221, 12228, 12235, 12242, 12249, 12256, 12263, 12270, 12277, 12284, 12291, 12298, 12305, 12312, 12319, 12326, 12333, 12340, 12347, 12354, 12361, 12368, 12375, 12382, 12389, 12396, 12403, 12410, 12417, 12424, 12431, 12438, 12445, 12452, 12459, 12466, 12473, 12480, 12487, 12494, 12501, 12508, 12515, 12522, 12529, 12536, 12543, 12550, 12557, 12564, 12571, 12578, 12585, 12592, 12599, 12606, 12613, 12620, 12627, 12634, 12641, 12648, 12655, 12662, 12669, 12676, 12683, 12690, 12697, 12704, 12711, 12718, 12725, 12732, 12739, 12746, 12753, 12760, 12767, 12774, 12781, 12788, 12795, 12802, 12809, 12816, 12823, 12830, 12837, 12844

2. Forscherauftrag:

Finde alle Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Treppenzahlen, deren Ergebnis höchstens 25 ist!



- Schreibe die Zahlentreppen geordnet auf, um sicher zu sein, alle Möglichkeiten zu finden!
- Du kannst die Aufgabe durch die Verwendung von farbigen Stiften besonders übersichtlich gestalten.

$$1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, 1+2+3+4+5=15$$

$$1+2+3+4+5+6=21$$

$$2+3=5, 2+3+4=9$$

$$2+3+4+5=14, 2+3+4+5+6=20$$

$$3+4=7, 3+4+5=12, 3+4+5+6=18, 3+4+5+6+7=25$$

$$4+5=9, 4+5+6=15, 4+5+6+7=22, 5+6=11$$

$$5+6+7=18$$

$$6+7=13, 6+7+8=21$$

$$7+8=15$$

$$8+9=17$$

$$9+10=19$$

$$10+11=21$$

$$7+8+9=24$$

$$11+12=23$$

$$12+13=25$$

Na, hast du alle Zahlentreppen gefunden?



Es gibt 17 unterschiedliche Zahlentreppen.

Erkläre, warum du dir sicher bist, alle Zahlentreppen gefunden zu haben!

Ich habe erst die 1 genommen und habe die 2 gerechnet und dann habe ich immer die nächste Zahl genommen bis es nicht mehr geht. Dann 2 und 3 und 4 usw.

Spezialauftrag: Schau dir die Zahlentreppen an und beschreibe, was dir beim Vergleichen der Ergebnisse auffällt!

3. Forscherauftrag:

Finde alle Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Treppenzahlen, deren Ergebnis höchstens 25 ist!



- Schreibe die Zahlentreppen geordnet auf, um sicher zu sein, alle Möglichkeiten zu finden!
- Du kannst die Aufgabe durch die Verwendung von farbigen Stiften besonders übersichtlich gestalten.

$$1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, 1+2+3+4+5=15$$

$$1+2+3+4+5+6=21, 2+3=5, 2+3+4=9, 2+3+4+5=14$$

$$2+3+4+5+6=20, 3+4=7, 3+4+5=12, 3+4+5+6=18$$

$$3+4+5+6+7=25, 4+5=9, 4+5+6=15, 4+5+6+7=22, 5+6=11$$

$$5+6+7=18, 6+7=13, 6+7+8=21, 7+8=15, 7+8+9=24$$

$$8+9=17, 9+10=19, 10+11=21, 11+12=23, 12+13=25$$

Na, hast du alle Zahlentreppen gefunden?



Es gibt 17 unterschiedliche Zahlentreppen.

Erkläre, warum du dir sicher bist, alle Zahlentreppen gefunden zu haben!

Ich fang von der Zahl eins an und rechne plus die nächste Zahl. Ich höre auf wenn plus die nächste Zahl mehr als 25 das Ergebnis ist. Dann beginne ich mit der nächsten Zahl.

Spezialauftrag: Schau dir die Zahlentreppen an und beschreibe, was dir beim Vergleichen der Ergebnisse auffällt!

3. Forscherauftrag:

Finde alle Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Treppenzahlen, deren Ergebnis höchstens 25 ist!



- Schreibe die Zahlentreppen geordnet auf, um sicher zu sein, alle Möglichkeiten zu finden!
- Du kannst die Aufgabe durch die Verwendung von farbigen Stiften besonders übersichtlich gestalten.

$$\begin{aligned} 1+2 &= 3 \\ 1+2+3 &= 6 \\ 1+2+3+4 &= 10 \end{aligned}$$

$$1+2+3+4+5 = 15$$

$$1+2+3+4+5+6 = 21$$

$$2+3 = 5$$

$$2+3+4 = 9$$

$$2+3+4+5 = 14$$

$$2+3+4+5+6 = 20$$

$$3+4 = 7$$

$$3+4+5 = 12$$

$$3+4+5+6 = 18$$

$$3+4+5+6+7 = 25$$

$$5+6 = 11$$

$$5+6+7 = 18$$

$$7+8 = 15$$

$$7+8+9 = 24$$

$$9+10 = 19$$

$$11+12 = 23$$

$$4+5 = 9$$

$$4+5+6 = 15$$

$$4+5+6+7 = 22$$

$$6+7 = 13$$

$$6+7+8 = 21$$

$$8+9 = 17$$

$$10+11 = 21$$

$$12+13 = 25$$

Es gibt 27 unterschiedliche Zahlentreppen.



Erkläre, warum du dir sicher bist, alle Zahlentreppen gefunden zu haben!

Die nächste Zahlentreppe hätte als Summe 27.

Spezialauftrag: Schau dir die Zahlentreppen an und beschreibe, was dir beim Vergleichen der Ergebnisse auffällt!

3. Forscherauftrag:

Finde alle Zahlentreppen mit aufeinanderfolgenden Treppenzahlen, deren Ergebnis höchstens 25 ist!



- Schreibe die Zahlentreppen geordnet auf, um sicher zu sein, alle Möglichkeiten zu finden!
- Du kannst die Aufgabe durch die Verwendung von farbigen Stiften besonders übersichtlich gestalten.

$$1+2=3 \quad 1+2+3=6 \quad 1+2+3+4=10 \quad 1+2+3+4+5=15$$

$$1+2+3+4+5+6=21 \quad 2+3=5 \quad 2+3+4=9$$

$$2+3+4+5=14 \quad 2+3+4+5+6=20 \quad 3+4=7 \quad 3+4+5=12$$

$$3+4+5+6=18 \quad 3+4+5+6+7=25 \quad 4+5=9$$

$$4+5+6=15 \quad 4+5+6+7=22 \quad 5+6=11 \quad 5+6+7=18$$

$$6+7=13 \quad 6+7+8=21 \quad 7+8=15 \quad 7+8+9=24$$

$$8+9=17 \quad 9+10=19 \quad 10+11=21 \quad 11+12=23$$

$$12+13=25$$

Es gibt 27 unterschiedliche Zahlentreppen.



Nr. hast du alle Zahlentreppen gefunden?

Erkläre, warum du dir sicher bist, alle Zahlentreppen gefunden zu haben!

Weil $13+14=27$ waren und man darf nicht über 25 rechnen.

Spezialauftrag: Schau dir die Zahlentreppen an und beschreibe, was dir beim Vergleichen der Ergebnisse auffällt!

Beispielhafte Schülerergebnisse (6)

4. Forscherauftrag

- Bilde Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne die Ergebnisse!

1. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne die Ergebnisse!



Zahlentreppen mit 3 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$$\begin{aligned} 1+2+3 &= 6 \\ 3+4+5 &= 12 \\ 6+7+8 &= 21 \\ 9+10+11 &= 30 \\ 12+13+14 &= 39 \\ 15+16+17 &= 48 \\ 18+19+20 &= 57 \\ 21+22+23 &= 66 \\ 24+25+26 &= 75 \\ 27+28+29 &= 84 \\ 30+31+32 &= 93 \end{aligned}$$

Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$$\begin{aligned} 1+2+3+4+5 &= 15 \\ 5+6+7+8+9 &= 35 \\ 10+11+12+13+14 &= 60 \\ 15+16+17+18+19 &= 95 \end{aligned}$$

Färbe die Ergebnisse mit zwei verschiedenen Farben in der Hundertertafel! Betrachte die Ergebnisse und schreibe deine Beobachtungen hier auf:



Die Zehner werden bei der 3 immer größer und die einer kleiner. Bei der 5 ist alles durch 5 teilbar. Bei der 3 ist alles durch 3 teilbar.

Spezialauftrag: Gibt es auch Ergebniszahlen, die sich nicht als Zahlentreppe darstellen lassen? Erzähle uns darüber!

1. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne die Ergebnisse!



Zahlentreppen mit 3 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$$\begin{aligned} 1+2+3 &= 6 \\ 4+5+6 &= 15 \\ 7+8+9 &= 24 \\ 10+11+12 &= 33 \end{aligned}$$

Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$$\begin{aligned} 1+2+3+4+5 &= 15 \\ 2+3+4+5+6 &= 20 \\ 3+4+5+6+7 &= 25 \\ 4+5+6+7+8 &= 30 \\ 5+6+7+8+9 &= 35 \\ 6+7+8+9+10 &= 40 \\ 7+8+9+10+11 &= 45 \\ 8+9+10+11+12 &= 50 \\ 9+10+11+12+13 &= 55 \\ 10+11+12+13+14 &= 60 \end{aligned}$$

Färbe die Ergebnisse mit zwei verschiedenen Farben in der Hundertertafel! Betrachte die Ergebnisse und schreibe deine Beobachtungen hier auf:



Bei den 3 Treppenzahlen ist es das 1-3 und bei den 5 Treppenzahlen ist es das 1-5.

Spezialauftrag: Gibt es auch Ergebniszahlen, die sich nicht als Zahlentreppe darstellen lassen? Erzähle uns darüber!

1. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne die Ergebnisse!



Zahlentreppen mit 3 Treppenzahlen (Ergebnis < 100)	Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen (Ergebnis < 100)
$1+2+3=6$	$1+2+3+4+5=15$
$2+3+4=9$	$2+3+4+5+6=20$
$3+4+5=12$	$3+4+5+6+7=25$
$4+5+6=15$	$4+5+6+7+8=30$
$5+6+7=18$	$5+6+7+8+9=35$
$6+7+8=21$	$6+7+8+9+10=40$
$7+8+9=24$	$7+8+9+10+11=45$
$8+9+10=27$	$8+9+10+11+12=50$
$9+10+11=30$	$9+10+11+12+13=55$
$10+11+12=33$	$10+11+12+13+14=60$
$11+12+13=36$	$11+12+13+14+15=65$
$12+13+14=39$	$12+13+14+15+16=70$

Färbe die Ergebnisse mit zwei verschiedenen Farben in der Hundertertafel! Betrachte die Ergebnisse und schreibe deine Beobachtungen hier auf:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Bei den ersten Treppenzahlen mit 3 Treppenzahlen da gehen die Ergebnisse immer um 3 und bei den zweiten Treppenzahlen genau um 5.

Spezialauftrag: Gibt es auch Ergebniszahlen, die sich nicht als Zahlentreppe darstellen lassen? Erzähle uns darüber!

1. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne die Ergebnisse!



Zahlentreppen mit 3 Treppenzahlen (Ergebnis < 100)	Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen (Ergebnis < 100)
$1+2+3=6$	$1+2+3+4+5=15$
$2+3+4=9$	$2+3+4+5+6=20$
$3+4+5=12$	$3+4+5+6+7=25$
$4+5+6=15$	$4+5+6+7+8=30$
$5+6+7=18$	$5+6+7+8+9=35$
$6+7+8=21$	$6+7+8+9+10=40$
$7+8+9=24$	$7+8+9+10+11=45$
$8+9+10=27$	$8+9+10+11+12=50$
$9+10+11=30$	$9+10+11+12+13=55$
$10+11+12=33$	$10+11+12+13+14=60$
$11+12+13=36$	$11+12+13+14+15=65$
$12+13+14=39$	$12+13+14+15+16=70$

Färbe die Ergebnisse mit zwei verschiedenen Farben in der Hundertertafel! Betrachte die Ergebnisse und schreibe deine Beobachtungen hier auf:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Bei den drei Treppenzahlen wird das Ergebnis um drei größer weil ich erhö' jedesmal die Treppe um eins. Bei den fünf Treppenzahlen wird das Ergebnis um fünf größer weil ich erhö' jede einzelne Treppenzahlen um eins.

Spezialauftrag: Gibt es auch Ergebniszahlen, die sich nicht als Zahlentreppe darstellen lassen? Erzähle uns darüber!

1. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne die Ergebnisse!



Zahlentreppen mit 3 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$1+2+3=6$
 $2+3+4=9$
 $3+4+5=12$
 $4+5+6=15$
 $5+6+7=18$
 $6+7+8=21$
 $7+8+9=24$
 $8+9+10=27$
 $9+10+11=30$
 $10+11+12=33$
 $11+12+13=36$
 $12+13+14=39$

Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$1+2+3+4+5=15$
 $2+3+4+5+6=20$
 $3+4+5+6+7=25$
 $4+5+6+7+8=30$
 $5+6+7+8+9=35$
 $6+7+8+9+10=40$
 $7+8+9+10+11=45$
 $8+9+10+11+12=50$
 $9+10+11+12+13=55$
 $10+11+12+13+14=60$
 $11+12+13+14+15=65$
 $12+13+14+15+16=70$

Färbe die Ergebnisse mit zwei verschiedenen Farben in der Hundertertafel
Betrachte die Ergebnisse und schreibe deine Beobachtungen hier auf:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Bei den 3 Treppenzahlen
 War das Ergebnis immer
 +3 und bei der 5. Treppenzahl
 ist es immer +5 und dann bei der zweiten
 und bei der dritten.
 Und bei 5 Treppenzahlen
 genau 20 ausser das es +5
 ist.

Spezialauftrag: Gibt es auch Ergebniszahlen, die sich nicht als Zahlentreppe darstellen lassen? Erzähle uns darüber! 8, 4, 78, 2,

1. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit 3 und mit 5 Treppenzahlen und berechne die Ergebnisse!



Zahlentreppen mit 3 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$1+2+3=6$
 $3+4+5=12$
 $6+7+8=21$
 $9+10+11=30$
 $12+13+14=39$
 $15+16+17=48$
 $18+19+20=57$
 $21+22+23=66$
 $24+25+26=75$
 $27+28+29=84$
 $30+31+32=93$

Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen
(Ergebnis < 100)

$1+2+3+4+5=15$
 $5+6+7+8+9=35$
 $10+11+12+13+14=55$
 $15+16+17+18+19=75$
 $20+21+22+23+24=95$
 $3+4+5+6+7=25$
 $8+9+10+11+12=45$
 $15+16+17+18+19=65$
 $2+3+4+5+6=20$
 $4+5+6+7+8=30$
 $6+7+8+9+10=40$

Färbe die Ergebnisse mit zwei verschiedenen Farben in der Hundertertafel
Betrachte die Ergebnisse und schreibe deine Beobachtungen hier auf:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Bei drei Treppenzahlen
 ist es immer durch
 drei teilbar. Bei der fünf
 ist es immer durch
 fünf teilbar. Wenn bei
 ungeraden Treppenzahlen
 rechnet man die Mit-
 telzahl mal die Treppen-
 zahl.

Spezialauftrag: Gibt es auch Ergebniszahlen, die sich nicht als Zahlentreppe darstellen lassen? Erzähle uns darüber!

Beispielhafte Schülerergebnisse (5)

5. Forscherauftrag (November, Kl.3)

- Bilde Zahlentreppen mit unterschiedlichen Stufenabständen und schreibe sie hier auf!

5. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit unterschiedlichen Stufenabständen und schreibe sie hier auf!



- Finde möglichst viele verschiedene Zahlentreppen!
- Markiere diejenigen Zahlentreppen mit einem Buntstift, die du besonders spannend findest!

$$5+10+15+20+25+30+35+40=180$$

$$40+5=180$$

$$2+4+6+8+10+12+14+16+18+20=110$$

$$5 \cdot 22 = 110$$

$$20+40+60+80+100=240$$

$$2 \cdot 120 = 240$$

$$100+200+300+400=1000$$

🔍 Spezialauftrag: Schreibe hier deine "Lieblings-Zahlentreppe" auf und begründe, warum sie für dich besonders spannend ist!

$$1000+2000+3000+4000+5000+6000=21000$$

Weil die 1000 Zahlentreppe so hoch ist und weil ich kribbeln mag

5. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit unterschiedlichen Stufenabständen und schreibe sie hier auf!



- Finde möglichst viele verschiedene Zahlentreppen!
- Markiere diejenigen Zahlentreppen mit einem Buntstift, die du besonders spannend findest!

$$8+10+12+14+16=60$$

$$5+10+15+20+25+30=105$$

$$10+20+30+40+50+60=320$$

$$20+40+60+80+100=240$$

🔍 Spezialauftrag: Schreibe hier deine "Lieblings-Zahlentreppe" auf und begründe, warum sie für dich besonders spannend ist!

Die Aufgabe $10+20+30+40+50+60=320$ gefällt mir weil man braucht nur +70 rechnen.

5. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit unterschiedlichen Stufenabständen und schreibe sie hier auf!



- Finde möglichst viele verschiedene Zahlentreppen!
- Markiere diejenigen Zahlentreppen mit einem Buntstift, die du besonders spannend findest!

$$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 = 105$$

$$100 + 200 + 300 + 400 = 1000$$

$$10 + 20 + 30 + 40 = 100$$

$$10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35 + 40 = 175$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

$$1000 + 2000 + 3000 + 4000 = 10.000$$

Spezialauftrag: Schreibe hier deine "Lieblings-Zahlentreppe" auf und begründe, warum sie für dich besonders spannend ist!

$1000.000.000 + 2000.000.000 + 3000.000.000 = 1000.000.000$
 ist meine Lieblings-Zahlentreppe weil sie so hoch ist und weil sie für mich einfach zu rechnen ist.

5. Forscherauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit unterschiedlichen Stufenabständen und schreibe sie hier auf!



- Finde möglichst viele verschiedene Zahlentreppen!
- Markiere diejenigen Zahlentreppen mit einem Buntstift, die du besonders spannend findest!

$$1 + 6 + 11 + 16 + 21 + 26 = 81$$

$$2 + 7 + 12 + 17 + 22 + 27 + 32 + 37 + 42 = 198$$

$$1 + 200 + 1999 + 2998 = 5198$$

$$8 + 16 + 24 + 32 + 40 + 48 + 56 + 64 + 72 = 320$$

$$12 + 24 + 36 + 48 + 60 + 72 + 84 + 96 + 108 = 600$$

Spezialauftrag: Schreibe hier deine "Lieblings-Zahlentreppe" auf und begründe, warum sie für dich besonders spannend ist!

$$12 + 24 + 36 + 48 + 60 + 72 + 84 + 96 + 108 = 600$$

Mir gefällt diese Treppe besonders gut weil sie zwar hoch ist aber leicht zu lösen ist.

5. Forschungsauftrag:

Bilde Zahlentreppen mit unterschiedlichen Stufenabständen und schreibe sie hier auf!



- Finde möglichst viele verschiedene Zahlentreppen!
- Markiere diejenigen Zahlentreppen mit einem Buntstift, die du besonders spannend findest!

$$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 = 110$$

$$50 + 150 + 250 + 350 = 800$$

$$90 + 290 + 490 + 690 = 1470$$

$$1400$$

$$80 \cdot 4$$

💡 Spezialauftrag: Schreibe hier deine "Lieblings-Zahlentreppe" auf und begründe, warum sie für dich besonders spannend ist!

$$1000 + 2000 + 3000 + 4000 + 5000 = 15000$$

Weil ich gern einfache
und hoch auf geben
Rechne.

Beispielhafte Schülerergebnisse (3)

6. Forscherauftrag (November, Kl.3)

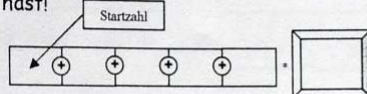
- Finde Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen, die addiert zum Ergebnis 50 führen!

6. Forscherauftrag: Triff die 50!

Finde Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen, die addiert zum Ergebnis 50 führen!



- Du kannst die Startzahl und den Stufenabstand beliebig wählen.
- Schreibe alle Zahlentreppen auf und kreise die Ergebniszahl ein, wenn du tatsächlich die 50 als Ergebnis erreicht hast!



$$0 + 5 + 10 + 15 + 20 = 50$$

$$8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 50$$

$$2 + 6 + 10 + 14 + 18 = 50$$

$$4 + 8 + 10 + 12 + 16 = 50$$

$$4 + 7 + 10 + 13 + 16 = 50$$

$$\quad + \quad + 10 + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + 10 + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

Schau dir alle Zahlentreppen an, die zum Ergebnis 50 führen und beschreibe deine Entdeckungen!

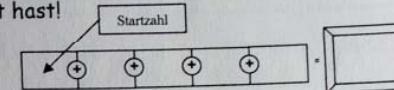
die erste falsche Treppenzahl hat 55 ergeben also habe ich von jeder Treppenzahl einen weg genommen

6. Forscherauftrag: Triff die 50!

Finde Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen, die addiert zum Ergebnis 50 führen!



- Du kannst die Startzahl und den Stufenabstand beliebig wählen.
- Schreibe alle Zahlentreppen auf und kreise die Ergebniszahl ein, wenn du tatsächlich die 50 als Ergebnis erreicht hast!



$$0 + 5 + 10 + 15 + 20 = 50$$

$$8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 50$$

$$2 + 6 + 10 + 14 + 18 = 50$$

$$4 + 7 + 10 + 13 + 16 = 50$$

$$6 + 8 + 10 + 12 + 14 = 50$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

$$\quad + \quad + \quad + \quad + \quad = \quad$$

Schau dir alle Zahlentreppen an, die zum Ergebnis 50 führen und beschreibe deine Entdeckungen!

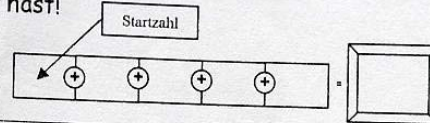
Ich habe herausgefunden das die Zahlen immer in der mitte sein muss weil das dann nicht zum richtigen ergebnis führt.

6. Forscherauftrag: Triff die 50!

Finde Zahlentreppen mit 5 Treppenzahlen, die addiert zum Ergebnis 50 führen!



- Du kannst die Startzahl und den Stufenabstand beliebig wählen.
- Schreibe alle Zahlentreppen auf und kreuze die Ergebniszahl ein, wenn du tatsächlich die 50 als Ergebnis erreicht hast!



1 + 5 + 9 + 13 + 17 = 45	6 + 8 + 10 + 12 + 14 = 50
5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35	9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 45
5 + 10 + 15 + 20 + 25 = 75	2 + 6 + 10 + 14 + 18 = 50
6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 40	4 + 7 + 10 + 13 + 16 = 50
8 + 10 + 12 + 14 + 16 = 60	0 + 5 + 10 + 15 + 20 = 50
8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 50	
7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 45	

Schau dir alle Zahlentreppen an, die zum Ergebnis 50 führen und beschreibe deine Entdeckungen!

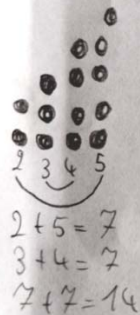
Die 10 muss immer in der mitte sein sonst ergibt es nicht 50.

Beispielhafte Schülerergebnisse (18)

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen

- Rückschau auf den Lernprozess

Zahlentreppen können nur
größer werden und nicht kleiner.
Und bei zum Beispiel 4
Treppenzahlen kann man
auch so rechnen.



Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- ✓ Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- ✓ Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- ✓ Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Die Zahlentreppe kann zu
sehr großen Ergebnissen
führen

$$1000 + 2000 + 3000 + 4000 + 5000 =$$

15000

Die Zahlentreppen können
ganz schon lang werden

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 210$$

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

Das kann die Zahlen-
treppe mit so großen Zahlen
machen kann.

Nicht gefallen hat mir:

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Das man $3+6+9+12$ machen kann. Oder $12+16+20+24$ geht auch. Aber $9+11+14$ geht nicht weil es keine Zahlen-treppe ist. Bei Triff die 50 ist immer die 10 in der mitte. Bei den ^{ungeraden} Zahlen treppen ist der Trick $5+10+15+20+25=75$

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

Das Knobeln und Triff die 50. Eher gesagt hat mir alles gefallen. Triff

Nicht gefallen hat mir:

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Zahlentreppen bestehen aus verschiedenen anzahlen der Treppenzahlen. Man muss auch nicht immer Einsprünge machen, man kann auch zumbeispiel sechser sprünge machen oder neunten. Und wenn man eine ungerade anzahl an Treppenzahlen hat zumbeispiel 5 dann kann man einfach 5 mal die mittelzahl rechnen. das ist dann so



Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

Das man alles probieren konnte! Und man hatte immer was zum knobeln!

Nicht gefallen hat mir:

Nichts!

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

ich weiß jetzt das es auch Zahlentreppen gibt die über 6000.000.000 gehen können. Es gibt auch Zahlen die man nicht als Zahlentreppen legen kann und die Zahlen heißen: 8, 4, 16, 2. Meine Lieblings Zahlentreppe ist:

$$6000.000.000 + 7000.000.000 + 8000.000.000 = 21.000.000.000.$$

Man kann auch 3er oder 2er, 4er und 5er sprünge machen. Man kann so viel mit Treppen machen.

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

Die Zahlentreppen mit den hohen Zahlen. Und die Treppenzahlen wo man zum Beispiel bei der fünf oder bei der sieben anfangen

Nicht gefallen hat mir: konnte.

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Wenn man mit Zahlentreppen zur 50 oder 100 oder 200 kommen will dann muss man immer 5 rechnen. Eine Zahlen-treppe kann Unendlich lang sein.

Eine Zahlentreppe kann auch größere Sprünge machen. Ich habe eine neue rechnung gefunden zum Beispiel

$$120 \quad 220 \quad 320 \quad 420 \quad 520 = 1600$$

Aber man kann auch Treppenzahlen nehmen die nicht nur den Abstand von eins ist. Man kann aber auch einen Abstand von drei oder vier zum Beispiel so ↓

$$4 + 6 + 8 = 18$$

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Das die ungraden Treppen
Zahlen immer eine ungrade
ergebnisse sind.

$$7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 45$$

Sieht ihr!

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

Das bei der Partner arbeit hat niemand runter
gezeichnet.

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Wenn es eine ungrade anzahl von
Treppenzahlen sind und das
ergebnis grade ist, ist in der
Mitte eine zehn. weil dann
muss man einfach die anzahl
der Treppenzahlen mal die
Mittelzahl rechnen.

Und wenn eine
grade ist wie hier $2+3+4+5=14$
muss man so rechnen $=7$
und dann $7+7=14$

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

Forrepauftrag Zahlentreppen mit
Ergebnis 50

Nicht gefallen hat mir:

gar nichts

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Mir ist aufgefallen das Zahlen Treppen
nicht nur Treppen die man
Kreuz und Quer schreibt sondern
noch der reihe folge $1+2+3+4=10$.

Und das ^{man} Zahlen Treppen auch zeichnen
kann $1+2+3+4=10$. Man kann die
Zahlen Treppen ganz groß schreiben
 $15+16+17+18=66$.

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

wie wir zusammen das ergebnis
50 raus gogen müsten:

Nicht gefallen hat mir:

nicht

Die graden Zahlen Treppen
haben ein grades ergebnis

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36=6 \cdot 6$$

oder zum beispiel noch:

$$2+4+6+8=20$$

Aber man kann auch Zahlen
über springen

zum beispiel so:

$$3+6+9+12+15=45$$

Die graden Zahlen Treppen
haben ein grades ergebnis

Aber man kann auch
Zahlen überspringen

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Bei den Zahlentreppen, ich habe
entdeckt, dass man immer eine
Starzahl braut und es kann man
verschiedene Schrittlänge machen kann

Und es kann man große

Zahlentreppen machen und das
kleine Zahlentreppen machen.
Eine kleine große Zahlentreppe
Zahlentreppe

$$1+2+3+4+5+6=21 \quad 5+10+15+20+25=75$$

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

alles hat mir gefallen es
auszurechnen und weil es Spaß
gemacht hat.

Nicht gefallen hat mir:

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Die Zahlentreppen müssen ^{aus} aufeinander-
folgende Zahlen bestehen. Die Zahlentreppen
können verschiedene Startzahlen haben
1, 2, 3. Es kann irgendeine Startzahl
sein. Meine Lieblings Zahlentreppe
ist die hier: $5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15=100$

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

Mit dem Ergebnis 50 weil das konnte
man schön viel runterrechnen.

Nicht gefallen hat mir:

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- > Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- > Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- > Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

$1+2+3+4=10$
es wird immer
um 1 größer.

$(-1+2=3)$
die Zahlentreppen
müssen nicht
groß sein.

$1+2+3+4+5+6+7=28$
man kann bei
Zahlentreppen immer
weiter rechnen.

Wenn man das Ergebnis
50 hat muss immer eine
10 in der mitte sein.

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

das wir rausfinden sollten
was 1 bis 100 ergibt

Nicht gefallen hat mir:

Es gibt sogar auch noch 1 Zahlentreppen.
Die Zahlentreppen müssen nicht die startzahl 1
haben denn sie können auch die startzahl 5 oder
6 oder 10 haben und so weiter

Wenn man das ergebnis 49 haben möchte
muss $49:7=7$ rechnen.

Man kann nicht $1+3+9+10$ rechnen denn
ist es ja keine Zahlentreppe, aber man kann
 $1+3+6+9$ rechnen weil man dann die regeln
beachtet.

Man kann auch einen rechenweg
rechnen schonbeispiel $1+2+3+4+5+6=21$
erstmal $6+1, 5+2$ und
 $3+4$ ergibt alles 7 und $3 \cdot 7$ sind 21.

Es gibt auch Zahlentreppen mit
5 oder 6 schritten.

man darf nicht rückwärts
rechnen.

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

$1+2+3+4=10$
es wird immer
um 1 größer.

$(1+2=3)$
die Zahlentreppen
müssen nicht
groß sein.

$1+2+3+4+5+6+7=28$
man kann bei
Zahlentreppen immer
weiter rechnen.

Wenn man das Ergebnis
50 hat muss immer eine
10 in der mitte sein.

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

das wir rausfinden sollten
was 1 bis 100 ergibt

Wichtiges und Spannendes über Zahlentreppen



- Schreibe auf, was du nun über Zahlentreppen weißt!
- Erzähle auch von deinen Entdeckungen zum Thema "Zahlentreppen"!
- Du kannst deine Erklärungen auch durch Zeichnungen ergänzen!

Das es auch Zahlentreppen gibt
wo man mit finkerschritten weiter
geht weiter macht 1 und auch mit
zwei schritten und weiter.

Wo man das Ergebnis 50 haben möchte
muss die Zehn in der Mitte sein.

Man kann auch noch ein rechnen weg
benutzen zum Beispiel bei dieser Treppe

$$11+12+13+14+15+16+17+18+19=135$$

$$40+30=120 \quad 120+15=135$$

Nimm zusätzlich ein Blatt von deinem Malblock, wenn dir der Platz hier nicht ausreicht!

Besonders gut hat mir gefallen:

wo man von der 1 bis zur Hundert
rechnen musste das hat mir am meisten
spass gemacht.

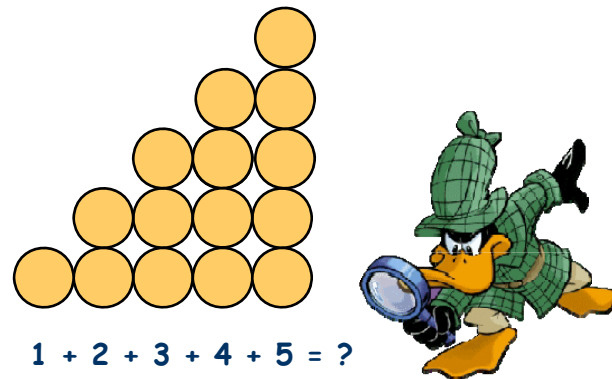
Nicht gefallen hat mir:

wo man die 50 suchen musste! (Die 50
als Ergebnis)

Literaturhinweise

- **Dahl, Kirstin / Nordquist, Sven:** Zahlen, Spiralen und magische Quadrate: Hamburg: Verlag Friedrich Oetinger, 1996. Darin: Gauß-Aufgabe S.37-39
- **Hentgartner E., Hirt U. u.a.:** Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte.
- Erschienen in der Reihe: Spektrum Schule - Beiträge zur Unterrichtspraxis. Zug (Schweiz):Verlag Klett und Balmer, 2006.
- **Heinze, Astrid:** (Dissertation) Lösungsverhalten mathematisch begabter Grundschulkinder - aufgezeigt an ausgewählten Problemstellungen. Erschienen in der Schriftenreihe des ICBF Münster/Nijmegen. Münster: Lit Verlag, 2005 S.186 -278.
- **Käpnick, Friedhelm:** Mathe für kleine Asse, 3/4. Berlin: Verlag Volk und Wissen, 2005, 67-70.
- **Müller, G.N./ Steinbring/ Wittmann (Hg.):** Arithmetik als Prozess. Seelze: Kallmeyer Verlag, 2004.
 - darin: Scherer, Petra und Steinbring, Heinz: Zahlen geschickt addieren (55-70)
 - darin: Scherer, Petra und Steinbring, Heinz: Summenformeln (239-254).
- **Schupp, Hans:** Aufgabenvariation als Unterrichtsgegenstand. In: Mathematik im Aufbruch. Veröffentlichung im Rahmen des Projekts: "Weiterentwicklung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik" des Kultusministeriums Baden-Württemberg, Saarbrücken, 1999.
- **Schwätzer, Ulrich u.a.:** Zahlentreppen - Zweitklässler erkunden ein arithmetisch substanzielles Aufgabenformat. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 133, April 2000, Friedrich Verlag, Seelze, S. 14-17.
- **Schwätzer, Ulrich & Christoph Selter:** Summen von Reihenfolgezahlen - Vorgehensweisen von Viertklässlern bei einem arithmetisch substanziellen Problemfeld. in: Journal für Mathematikdidaktik 19 (2/3), 1998, S. 123-148.
- **Schwätzer, U./ Selter Chr.:** Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen - eine Unterrichtsreihe für das 4. - 6. Schuljahr. In: Mathematische Unterrichtspraxis, 21 (2000) 2, 28-37.
- **Selter, Ch./Spiegel, H.:** Wie Kinder rechnen. Stuttgart, Leipzig, Düsseldorf: Verlag Klett, 1997, S.140-143.
- **Selter Christoph:** Modul 2 (Sinus-Transfer Grundschule): Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten, Oktober, 2004. <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/fileadmin/Materialien/Modul2.pdf> (letzter Abruf 20.10.07)

Herzlichen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!



Bei weiteren Fragen können Sie sich gern per Mail an mich wenden:
Gudrun.Haering@t-online.de

Workshopverlauf

- Entdeckungen an Zahlentreppen (Sachliche Annäherung an ein substantielles Aufgabenformat)
 - Einstieg: Die Gauß-Aufgabe (geschicktes Addieren von Reihenfolgezahlen) Unterschiedliche Strategien, Anschauliche Beweisführung
 - Systematische Suche nach Zahlentreppen mit dem Ergebnis kleiner als 25 (Vorgehensweisen)
 - Zahlentreppen mit festgelegter Anzahl an Treppenzahlen (Färbe die Ergebnisse in der 100er-Tafel)
 - Zahlentreppen mit unterschiedlichen Stufenzahlen
 - Ergebniszahl 50 (mit drei/fünf Treppenzahlen)
- Einbindung in den didaktischen Begründungszusammenhang
- Überlegungen zur methodischen Umsetzung im Unterricht
 - Planung von reflektierenden Gesprächen (Veranschaulichung/Präsentation der Ergebnisse der Schüler/ Gesprächsführung)
 - Wortspeicher zur Anbahnung von Fachsprache /Lernplakate Zahlentreppen
 - Dokumentation der Ergebnisse in Form eines Forscherbuches
 - Überprüfung des Lernzuwachs
- Anregungen zur analogen Bearbeitung anderer Aufgabenformate (Zauberquadrate, Zahlenmauern, ...)
- Literaturhinweise/ Internetlinks