#### Problemlösen lernen im Mathematikunterricht

Heuristische Strategien und Hilfsmittel in der Grundschule

### Ziel dieser Fortbildung:

- Problemhaltige Aufgaben kennen lernen, die für die Grundschule geeignet sind.
- Heuristische Strategien und Hilfsmittel kennen lernen und anwenden, die zum Problemlösen nötig und in der Grundschule relevant sind.
- Eine Möglichkeit kennen lernen, heuristische Strategien und Hilfsmittel mit Schülern gezielt zu trainieren.

## Problemlösen

ist eine der fünf geforderten allgemeinen Kompetenzen in den Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4.

## Problemlösen heißt konkret:

- mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung von problemhaltigen Aufgaben anwenden,
- Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (Heuristik),
- Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen.

Der Begriff "Heuristik" kommt aus dem Griechischen und bedeutet "Entdeckung".

Heuristische Strategien und heuristische Hilfsmittel helfen die Lösung einer Aufgabe oder eines Problems zu entdecken.

Sie haben sie wahrscheinlich alle, ohne es zu wissen, schon angewendet.

### **Textaufgaben Problemhaltige** Sachaufgaben Aufgaben kein eindeutiges eindeutiges Rechenverfahren Rechenschema in d. G. genau eine nicht immer eine richtige Lösung eindeutige Lösung Rechenverfahren Vielzahl von Strategien voraussehbar

18.03.2008

Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule

# Busplatzaufgabe

In einem Bus ist ein Drittel der Plätze mit Kindern besetzt. 6 Plätze mehr werden durch Erwachsene belegt. 9 Plätze bleiben frei. Wie viele Plätze hat der Bus? Beschreibe deinen Lösungsweg.

(nach: Bruder, R.: Heureka-Problemlösen lernen)

# Nüsseaufgabe

In jeder von fünf Körben befindet sich genau die gleiche Anzahl von Nüssen. Entnimmt man jedem Korb 60 Nüsse, bleiben in den Körben insgesamt so viele Nüsse übrig, wie vorher in zwei Körben waren.

Wie viele Nüsse waren vorher insgesamt in den Körben? Beschreibe deinen Lösungsweg.

(verändert nach: Bruder,R.:Heureka-Problemlösen lernen)

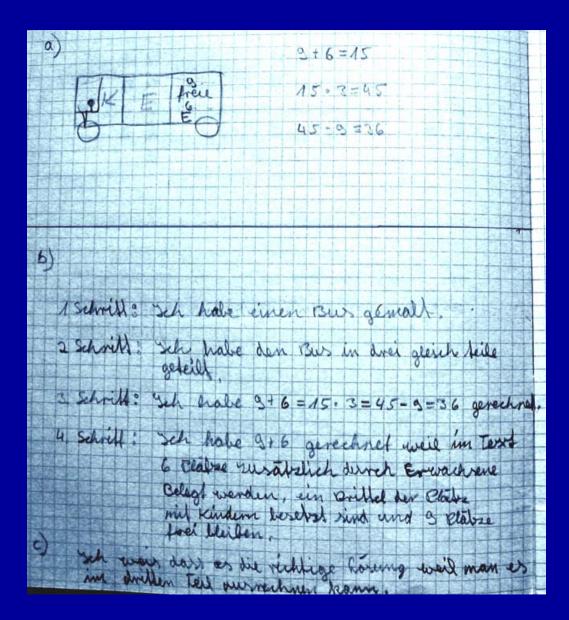
# Wie sind Sie vorgegangen? Strategien:

- Ausprobieren (ungeordnet, geordnet)
- Vorwärtsarbeiten

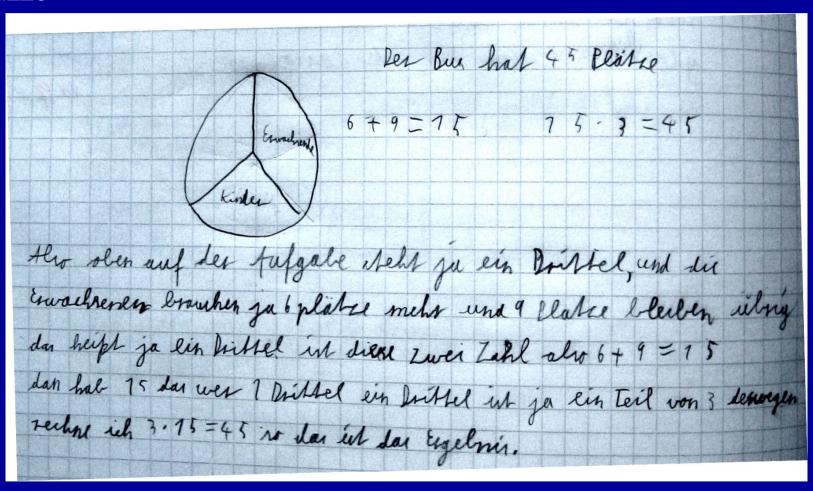
#### Hilfsmittel:

- Zeichnung oder Skizze (informative Figur)
- Strukturierte Textdarstellung
- Tabelle
- Gleichung

Zeichnung oder Skizze (Informative Figur)



# Zeichnung oder Skizze



### Strukturierte Textdarstellung

a) 9+6 \* +15+15=45 der Brus hat 45 Platze.

b) Wir haben die Ifreien Platze plus die 6 beretzten Platze gerechnet, das Ergebnis ist logischer weise das Dritte Drittel. Das Ergebnis namlich 15 haben wir mal Drei genommen weiles Drei Drittel gilt, blamhat dans 5 ergelen und somit alle platze des Busses ergeben.

Strukturierte Textdarstellung

# Tabelle anlegen

	1. Versuch	2. Versuch	3. Versuch
Gedachte Gesamtzahl	30	60	45
Kinder	10	20	15
Erwachsene	16	26	21
Frei	9	9	9
Gesamt?	35	55	45
	Zu	Zu	
	wenig gedacht	viel gedacht	

Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule

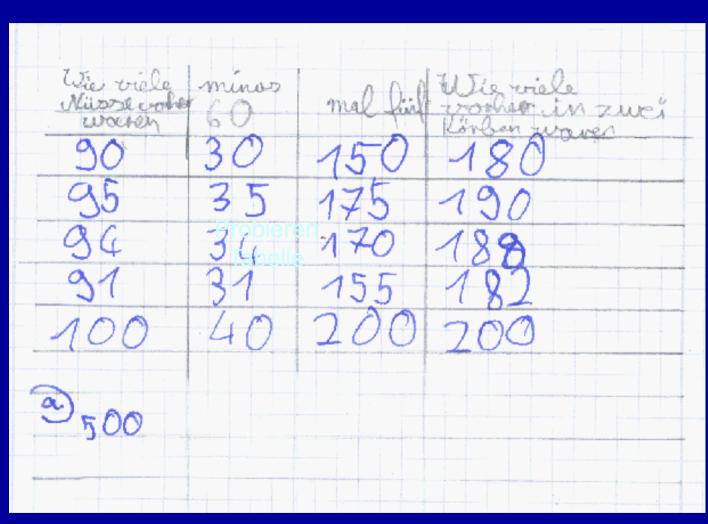
# Gleichung:

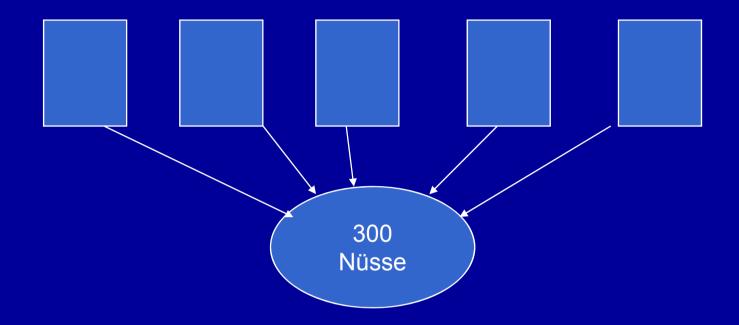
$$1/3 x + [1/3x + 6] + 9 = x /-3$$

$$x + [x + 18] + 27 = 3x$$
 $2x + 45 = 3x /-2x$ 
 $45 = x$ 

Insgesamt also 45 Sitzplätze.

# Probieren Tabelle





Wenn jetzt insgesamt so viele übrig bleiben, wie vorher in zwei Körben waren, müssen die 300 in den anderen 3 Körben gewesen sein, also 300:3= 100 in jedem Korb.

Insgesamt sind es also 500 Nüsse gewesen.

$$5 (x-60) = 2x$$
  
 $5x - 300 = 2x /+300$   
 $5x = 2x + 300 /-2x$   
 $3x = 300$   
 $x = 100$ 

In einer Kiste sind 100 Nüsse, in 5 Körben also 500 Nüsse.

Was hilft uns, eine Aufgaben oder ein Problem zu lösen?

- Unbefangenes neugieriges und zielgerichtetes Fragen
- Lernen, geeignete Fragen zu stellen
- Informationen aus dem Text entnehmen
- Reflektion über gelungene Lösungen
- Eine Auswahl an Strategien und Hilfsmitteln zur Verfügung zu haben



18.03.2008

Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule

### Äpfel und Tore

Ein Mann geht Äpfel pflücken. Um in die Stadt zu kommen, muss er 7 Tore passieren. An jedem Tor steht eine Wächterin und verlangt von ihm die Hälfte seiner Äpfel und einen Apfel mehr. Am Schluss bleibt dem Mann nur ein Apfel übrig. Wie viele hatte er am Anfang? Beschreibe deinen Lösungsweg.

(nach: Bruder, R.: Heureka-Problemlösen lernen)

#### Fußballsticker

Leon sammelt eine Woche lang jeden Tag die gleiche Anzahl von Fußballstickern. Am Ende der Woche gibt ihm sein Freund Max 7 weitere Sticker, und Leon schenkt Max 5 von seinen Stickern. Danach schenkt Leon die Hälfte seiner Sticker seinem Bruder und hat am Schluss noch 22 Sticker übrig.

Wie viele Sticker hat Leon eine Woche lang jeden Tag gesammelt?Beschreibe deinen Lösungsweg.

(nach: Wilkinson, M.: Denksportaufgaben aus dem Alltag)

18.03.2008

Anita Pfeng
Sinus-Transfer-Grundschule

# Strategie Rückwärtsarbeiten

- Was ist gesucht?
- Was weiß ich über das Gesuchte?
- Was benötige ich um das Gesuchte zu ermitteln?

Zeichnung

388, 490, 94, 46, 22, 40, 404
Bevor 4 Tor 2 Tor 3Tor 4Tor 5. Tor 6 Tor 7. Jor

Strukturierte Textdarstellung Das Doppelle plus 2

18.03.2008

Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule Strategie: Rückwärtsarbeiten

Hilfsmittel: Tabelle

	Nach dem Tor	Vor dem Tor
7. Tor	1	4
6. Tor	4	10
5. Tor	10	22
4. Tor	22	46
3. Tor	46	94
2. Tor	94	190
1. Tor	190	382

# Rückwärts arbeiten

er hat in einer Woche 6 Stickergesa b)

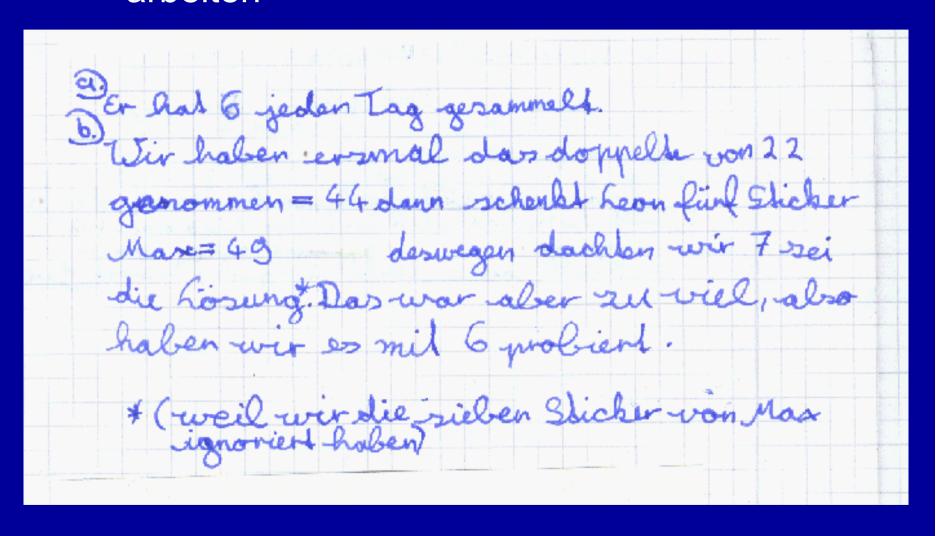
Leon hat am schluss 22 gehabt da ich rückwärts rechnik Rabe muss ich + 22 rechnen weil Leon seinem Bruder die hälfte schenkt hat. davor hat er Max 5 geschenkt aber wie viel hatte er hevor er Max

5 Sticker geschenkt het 49 den ich muss to Rechnin danach mabe ich -7 gerechnit weil ich rüchwarte

gerechnit habe & Et Bebnis

# Rückwärts arbeiten

#### Schülerbeispiel 4. Klasse



# Strategie: Rückwärtsarbeiten

Leon bleiben 22 Sticker übrig: 22

Die Hälfte bekam sein Bruder, also: 22 · 2 = 44

5 werden addiert für die Anzahl, die

Max bekommt: 44 + 5 = 49

7 subtrahiert, für die Anzahl, die

Max ihm schenkt: 49 - 7 = 42

Dividiert durch 7 für die Anzahl der

Wochentage: 42:7=6

Leon hat eine Woche lang jeden Tag 6 Sticker gesammelt.

Aufgaben aus dem kombinatorischem Bereich sind eine besondere Herausforderung, weil es hier Faktoren gibt, die das Finden der Lösungen erschweren.

#### Aktionswoche

Ein Schnellrestaurant hat eine Angebotswoche: es bietet einen Burger und ein Getränk zu einem besonders günstigen Preis an. Es gibt drei Arten von Burger zur Auswahl: Hamburger, Chicken-Burger und Salatburger und fünf Getränke: Cola, Sprite, Fanta, O-Saft und Milchshake. Welche Kombinationsmöglichkeiten gibt es? Beschreibe deinen Lösungsweg.

#### Zusatzaufgabe:

Das Schnellrestaurant bietet zusätzlich zwei verschiedene Saucen für die Burger an:

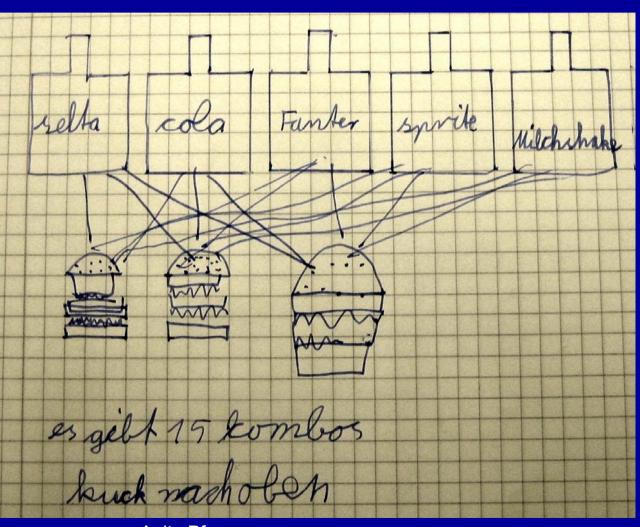
Tomatensoße und Barbecuesauce.

Anschließend kann man noch zwischen drei verschiedenen Nachspeisen (Eisbecher, Obstsalat und Pudding) wählen.

Welche Kombinationsmöglichkeiten von Burger, Getränken, Saucen und Nachspeisen gibt es?

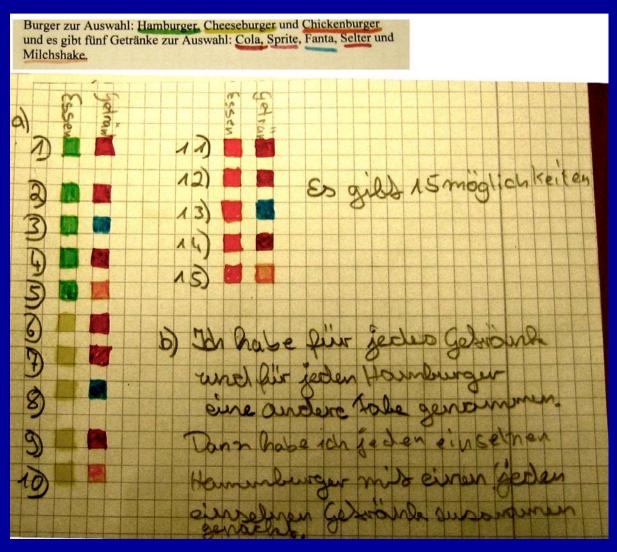
(verändert aus: Wilkinson, Mike: Denksportaufgaben aus dem Alltag 5./6.Klasse)

Zeichnung oder Skizze (Informative Figur)



Anita Pfeng
Sinus-Transfer-Grundschule

# Geordnete Aufstellung



# Geordnete Aufstellung

	Eman	Trinkon
1	Hamburger	Cola
2	Hamburger	Sprice
3	Hamburger	Fornisa
4	Hamburger	Salfa
5	Hamburger	Milchahales
6	Cheeseburger	Colo
7	Cheeselwger	Swide
8	Cheereburger	Fanta
9	Cheeseburger	Selta
10	Cheeseburger	Vilorshape
11	Chickenburger	Cola
12	Chickenburger	Smile
13	Chukenburger	Fanta
14	Chickenburger	Sola
45		Milorstake
	Chichanburger	U Wichshale
	Wir holen Hamb	wroen 5x
	Cheereburger 5x	医毛球腺病医生物腺溶解腺腺腺素
	Chickenburger 5x	3.5 = 15
	Carrent Str.	

ungeordnete Aufstellung

# Strukturierte Textdarstellung

(a) Es gilf 1 5 Kombinstionsmöglichhaiter

(b) Joh brin sot overgagangen:

Ein Hanburger & Betrenke, also musses da 5 verschiedene
möglichheiten achen, Bei Obereburger ist Chilhenburger

est es generat, also gibt es. 15 verschigund Lombinham

Esgill 30 varschiedene möglickheiter, well bei teelgabe
"l"gob ses venchiedene möglickheiter V Wennen jehr zu
den 15 möglichheiter 1 Sause

18.03.2008

#### Heuristische Strategien und Hilfsmittel in der Grundschule

Hamburger 1 + Getränk 1 es gibt aber nicht nur einen Hamburger sondern insgesamt 3

```
Hamburger 1
Hamburger 2
Hamburger 3
+ Getränk 1
Das heißt es gibt in dem
Fall 3 Möglichkeiten, da
es 3 Hamburger
```

gibt.

```
Aber es gibt ja mehr Getränke.

Getränk 1

Hamburger 1

Hamburger 2 + Getränk 3

Hamburger 3

Getränk 4

Getränk 5
```

Das heißt es gibt nicht 3, sondern 3 · 5 Möglichkeiten = 15 Möglichkeiten.

Anita Pfeng
Sinus-Transfer-Grundschule

Kombiniert man das mit den Soßen und den Desserts:

Jetzt gibt es 3 · 5 · 2 · 3 Möglichkeiten ( Hamburger ) · (Getränk) · (Soße) · (Dessert) = 90 Möglichkeiten

Um die Kombinationsmöglichkeiten auszurechnen, müssen die unterschiedlichen Anzahlen miteinander multipliziert werden.

Aufgaben ähnlicher Struktur wären Aufgaben, wie die Kombinationsmöglichkeiten von verschiedenen T-Shirts, Hosen und Strümpfen.

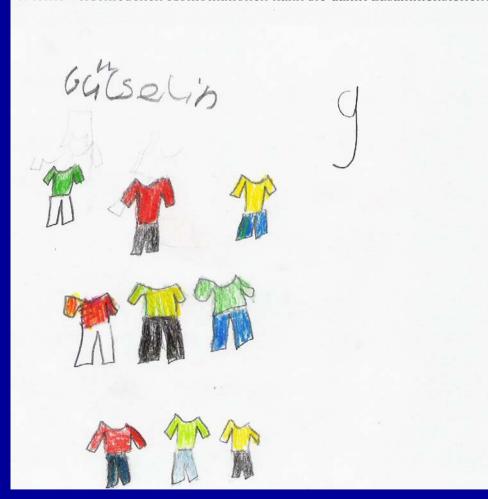
#### Lieblingssachen

Monika trägt am liebsten T-Shirts und Jeans. Sie hat 3 T-Shirts, die sie besonders gerne trägt. Sie sind rot, grün und gelb.

Dazu hat sie 3 Jeans. Sie sind weiß, schwarz und blau.

Sie möchte jeden Tag etwas anders aussehen und kombiniert deshalb jeden Tr-Shirt und Hose.

Welche verschiedenen Kombinationen kann sie damit zusammenstellen?



2. Klasse

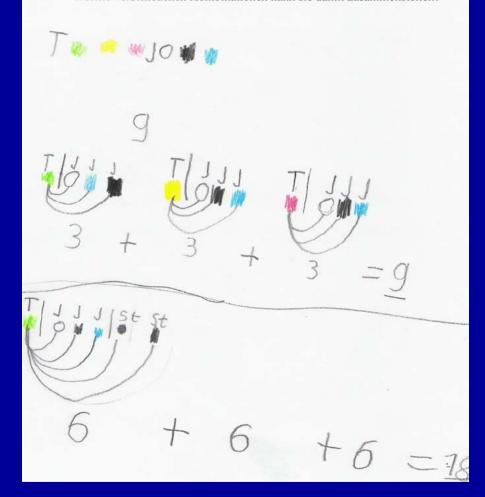
Lieblingssachen

Monika trägt am liebsten T-Shirts und Jeans. Sie hat 3 T-Shirts, die sie besonders gerne trägt. Sie sind rot, grün und gelb.

Dazu hat sie 3 Jeans. Sie sind weiß, schwarz und blau.

Sie möchte jeden Tag etwas anders aussehen und kombiniert deshalb jeden Tag T-Shirt und Hose.

Welche verschiedenen Kombinationen kann sie damit zusammenstellen?



2. Klasse

Wichtig ist hier, dass aus jeder Teilmenge immer genau 1 Element mit jeweils eine anderen aus den anderen Teilmengen zugeordnet wird.

Schwieriger und ganz anders wird es, wenn aus einer Menge mehrere Teilmengen gebildet werden.

#### **Drei Farben**

Die Schüler von Frau Hauer sollen ein Bild malen und dabei nur 3 verschiedene Farben benutzen. Julian hat Farbstifte in den Farben Rot, Blau, Gelb, Orange, Grün und Rosa.

Welche Farbkombinationen gibt es für Julian sein Bild zu malen?
Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es? Findest du sie alle?

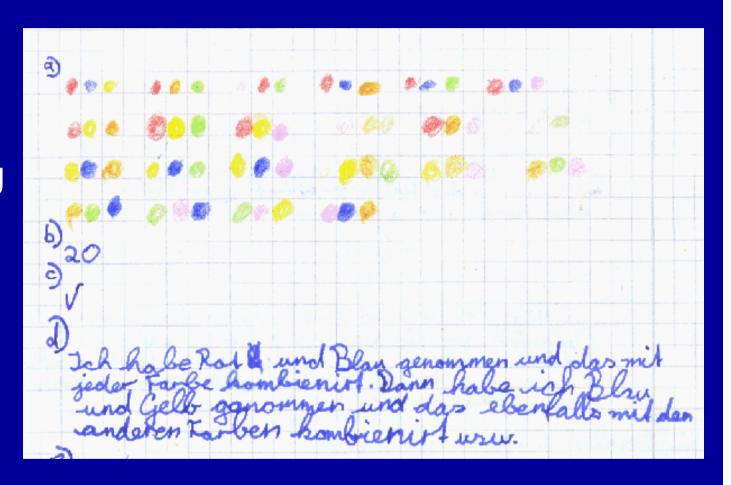
Schreibe schrittweise auf, wie du vorgegangen bist? Woher weißt du, dass du alle Möglichkeiten gefunden hast?

(verändert aus: Wilkinson, Mike: Denksportaufgaben aus dem Alltag 5./6.Klasse)

#### Tabelle

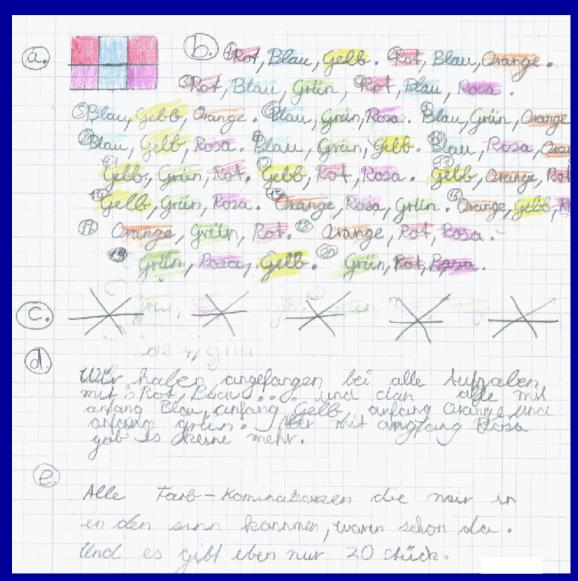


## Geordnete Aufstellung



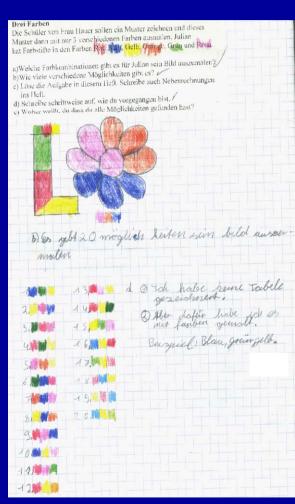
#### Heuristische Strategien und Hilfsmittel in der Grundschule

## Geordnete Aufstellung



## Ungeordnete Aufstellung

(Muster zeichnen)





18.03.2008

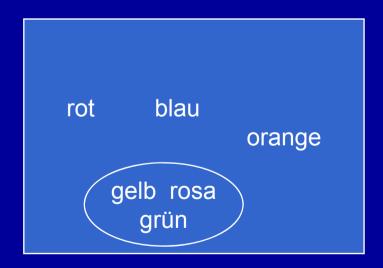
Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule

#### Kombinationen ohne Wiederholung

Auswahl von k Elementen aus einer Menge G von n Elementen in einer beliebigen Reihenfolge.

#### Formel:

D.h., wie oft können aus n = 6 Elementen auf verschiedene Weisen Gruppen von k = 3 Elementen, deren Reihenfolge belanglos ist (ungeordnet, ohne Wiederholung), gebildet werden?



#### Formel:

Die Elemente gelb, rosa ,grün besitzen die Anordnung 3! von den möglichen 6! Anordnungen (Permutation)  $\underline{6 \cdot 5 \cdot 4}$ 

= 20

Man schreibt das allerdings nicht mit Bruchstrich, sondern als Binomialkoeffizient:

= 20

(gelesen "6 über 3")



# Hilfsmittel und Strategien im Unterricht gezielt üben:

## 1. Aufgaben gleicher Art zusammenstellen:

- Aufgaben mit "Köpfen und Füßen"
- Aufgaben mit kombinatorischem Aspekt
- Aufgaben mit Zeit und Bewegung
- Aufgaben zum Rückwärtsarbeiten

•

2. Einstiegsaufgabe (aus dem Bereich "Köpfe und Füße"

Hühner und Kaninchen

Im Stall von Bauer Lindemann sind Hühner und Kaninchen. Insgesamt sind es 20 Beine.

a) Wie viele Hühner und Kaninchen könnte der Bauer haben.

#### Zur Differenzierung:

- b) Gibt es auch noch andere Möglichkeiten?
- c) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es? Findest du alle?

18.03.2008

#### So gehe ich vor:

Die Knobelhefte mit der eingeklebten Aufgabe werden ausgeteilt.

Die Aufgabe wird gemeinsam gelesen und Fragen zum Text geklärt.

Anschließend arbeiten die Schüler erst allein, manchmal auch zu zweit. Sie finden eine Lösung und beschreiben ihren Lösungsweg im Heft. (Reflexion)

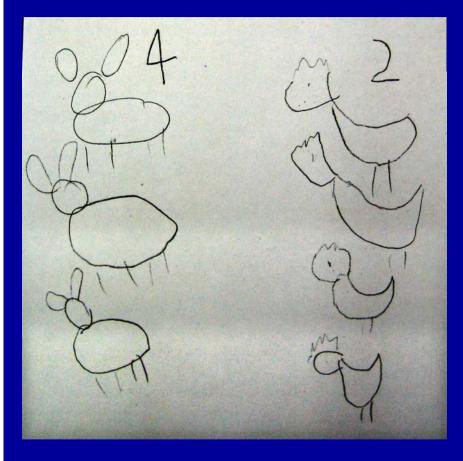
(Differenzierung durch Zusatzfragen oder Erweiterung d. A.) Verschiedene Lösungswege werden an der Tafel vorgestellt und diskutiert.

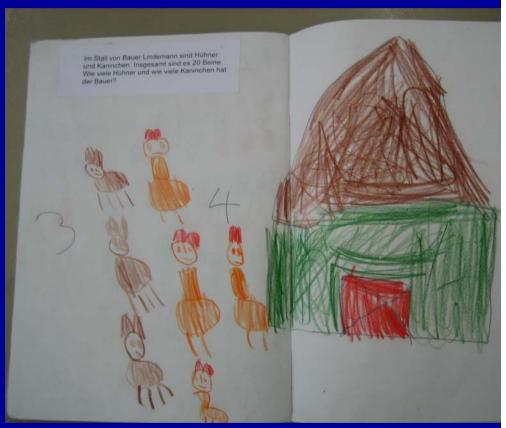
Die Aufgabe lässt mehrere Möglichkeiten zu.

Jeder findet mindestens eine Lösung.

Manche finden alle.

Geeignet ab Klasse 1 (hier kann Material zur Verfügung stehen)



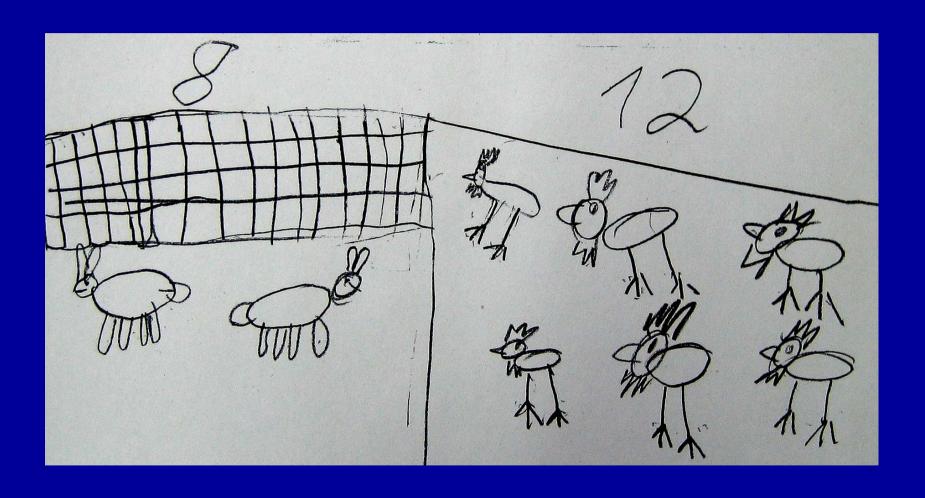


Probieren durch Zeichnen

1. Klasse

18.03.2008

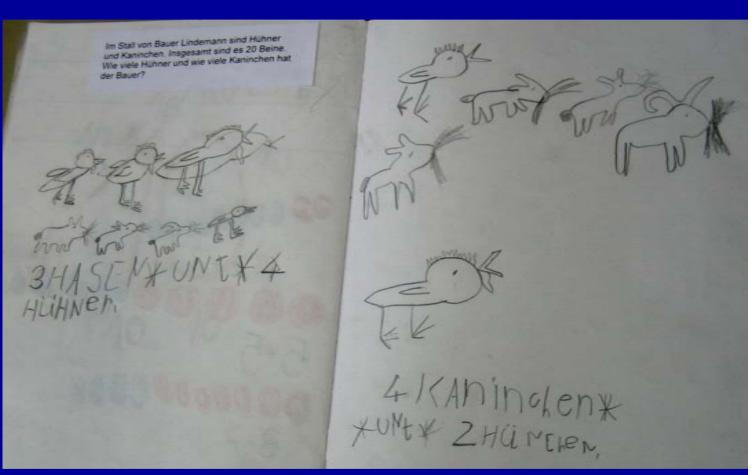
#### 1. Klasse



18.03.2008

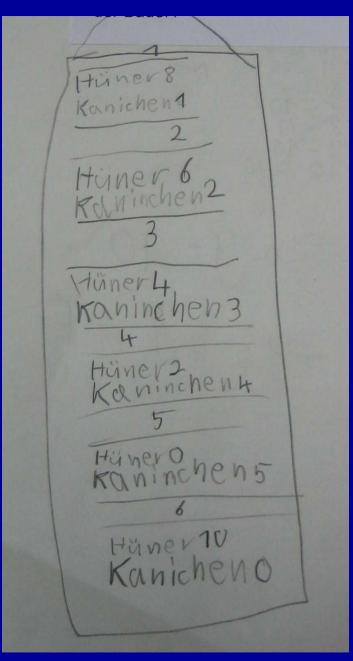
## Probieren Zeichnung

1. Klasse



Geordnete und strukturierte Aufstellung

1. Klasse



"Muss man zeichnen…?" "Ich glaub' ich weiß den Trick…"

18.03.2008

Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule

Kaninchen	Hühner	Füße
1	8	4 + 16
2	6	8 + 12
3	4	12 + 8
4	2	16 + 4

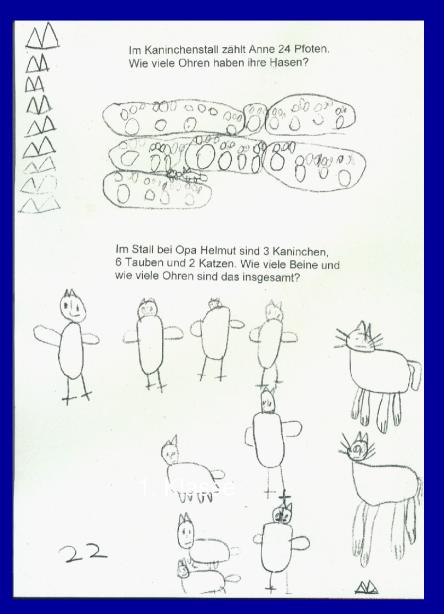
## Tabelle

# Gleichung:

x: Anzahl der Kaninchen

y: Anzahl der Hühner

$$4x + 2y = 20$$
 /-4x  
 $2y = 20 - 4x$  /:2  
 $y = 10 - 2x$ 



Die nächste Aufgabe in der 1. Klasse:

Im Kaninchenstall zählt Anne 24 Pfoten. Wie viele Ohren haben ihre Kaninchen?

Im Stall bei Opa Helmut sind 2 Kaninchen, 6 Tauben und 2 Katzen. Wie viele Beine und wie viele Ohren sind das insgesamt?

nach: Käpnick, F. (Hrsg.)/ Fuchs, M.: Mathe für kleine Asse Kl. ½. Cornelsen, 2005

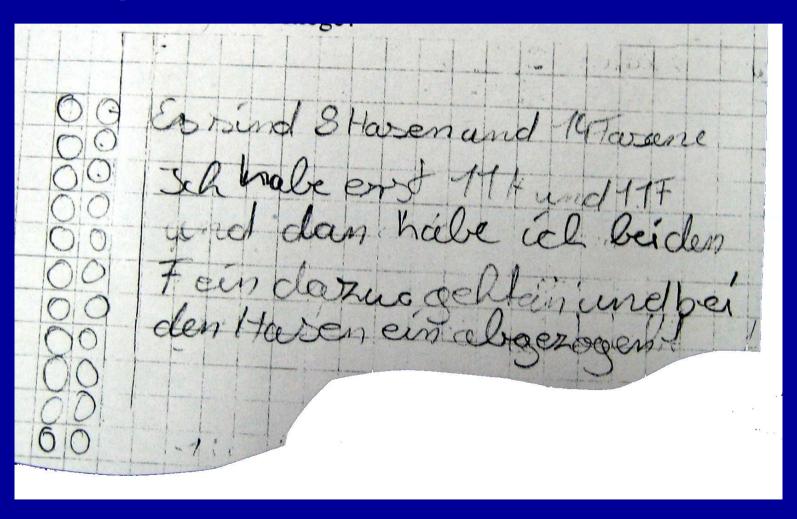
Im Zoo sind 26 Flamingos. Einige stehen auf einem Bein, andere auf 2 Beinen. Die Kinder zählen 32 Beine.

20 Flamingos sind auf einen Bein und 6 auf Z Beinen

3. Klasse

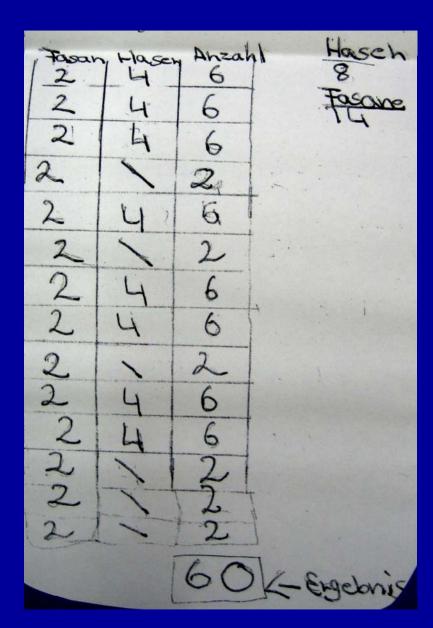
Hasen und Fasane Ein Bauer geht an seinem Gehege mit Hasen und Fasanen vorbei und sagt: "Ich zähle 22 Köpfe und 60 Füße." Wie viele Hasen und Fasane waren im Gehege.

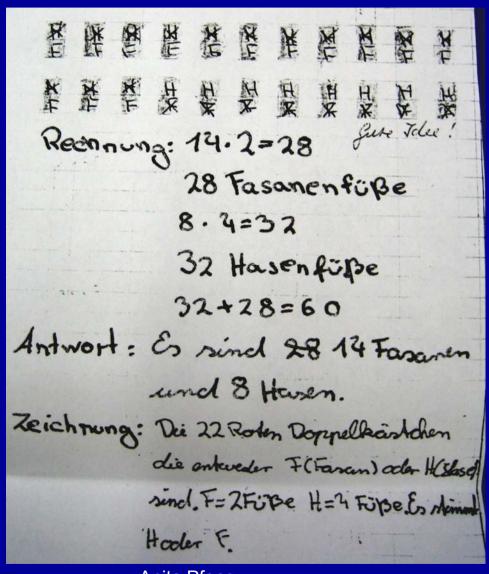
## Strategie: Probieren



Strategie: Probieren

Hilfsmittel: Tabelle





Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule

## Gleichung:

x: Anzahl der Fasaney: Anzahl der Hasen

$$x + y = 22 \implies x = 22 - y$$
  
2x + 4y = 60

$$2(22-y)+4y=60$$
  
 $44-2y+4y=60$   
 $44 + 2y=60 / -44$   
 $2y=16 / : 2$   
 $y=8$  also 8 Hasen  
14 Fasane

# Invarianzprinzip

Invarianz heißt "Unveränderlichkeit" und bedeutet: Es gibt mindestens eine Sache, die sich nicht verändert, auch wenn sich insgesamt in der Situation Dinge ändern.

### Man fragt sich:

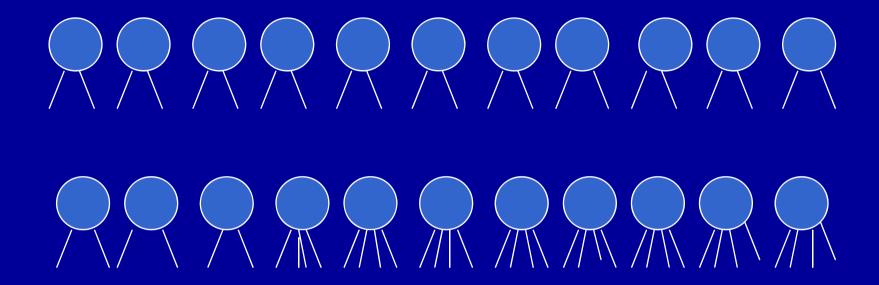
- Was ändert sich nicht?
- Was haben alle Objekte gemeinsam?

### Kaninchen und Fasanenaufgabe:

Jedes Tier hat mindestens 2 Füße. (Invarianz)

Wir verteilen auf die 22 Tiere (es gibt ja 22 Köpfe) jeweils schon mal zwei Füße. Es bleiben 16 übrig. Diese müssen sich ja auf die Kaninchen verteilen, so dass noch 8 Kaninchen je zwei Füße mehr bekommen können.

Es gibt also 8 Kaninchen und damit 22-8=14 Fasane.



22 Köpfe Jeweils 2 Füße = 44 Füße; es bleiben 16 Füße übrig Paarweise an die Köpfe = 8 Hasen d. f. 14 Fasane

### Reifen-Aufgabe:

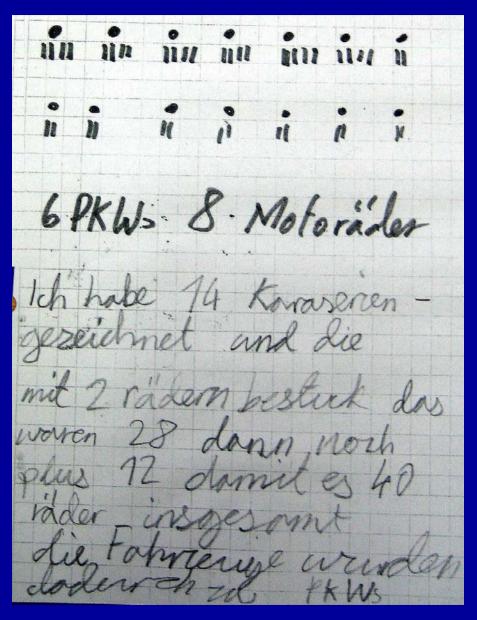
Im Winter tauschen viele Autobesitzer ihre Winterreifen in Sommerreifen. Viele lassen das in einer Werkstatt machen. Der Lehrling will seinem Meister so richtig zeigen, wie fit er ist und sagt zum Schichtschluss: "Es wurden an 14 Fahrzeugen die Reifen gewechselt. Es waren Motorräder und Autos dabei. Insgesamt waren es 40 Reifen."

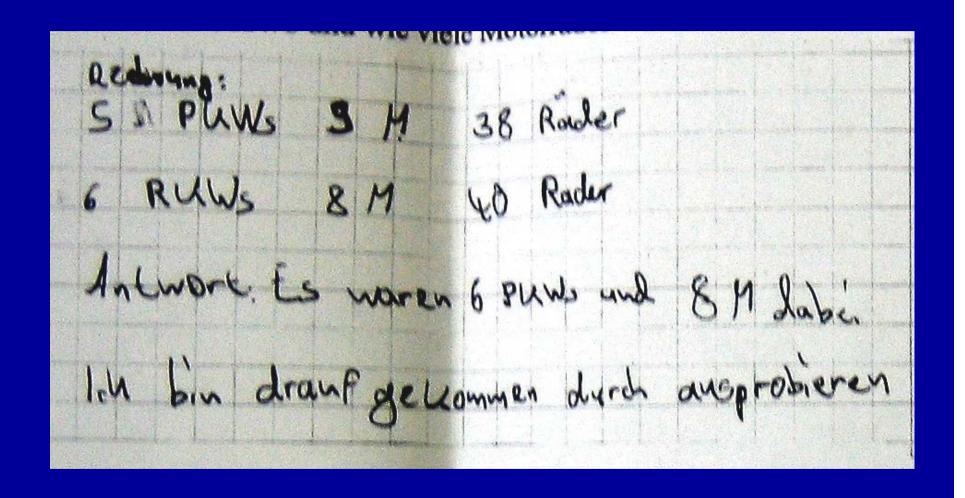
Wie viele Autos und wie viele Motorräder waren dabei?

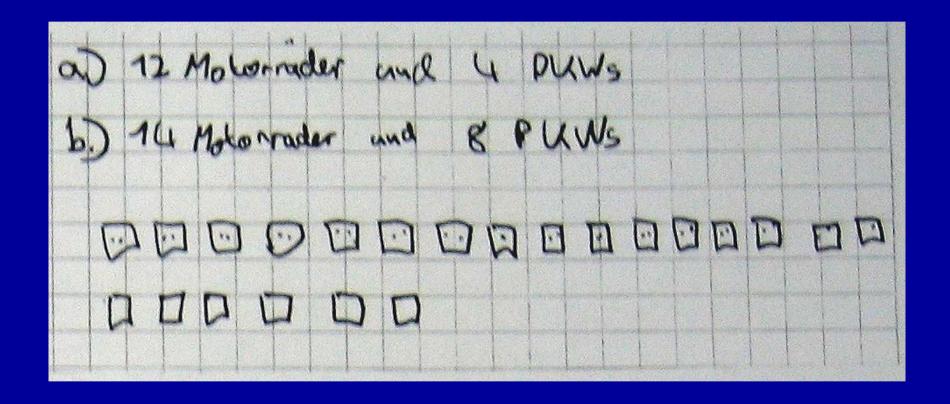
#### Differenzierung:

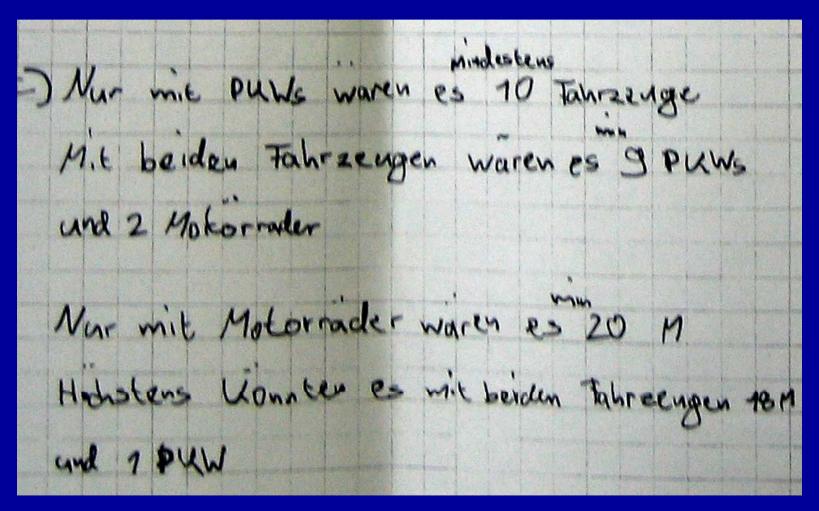
- a) Und wenn es 16 Fahrzeuge und 40 Reifen wären?
- b) Können es auch 22 Fahrzeuge und 40 Reifen sein? Begründe!
- c) Wie viele Fahrzeuge sind es bei 40 Reifen mindestens, wie viele sind es höchstens?

Invarianzprinzip









# Einstiegsaufgabe in den kombinatorischen Bereich: Farbige Türme (1. Klasse):

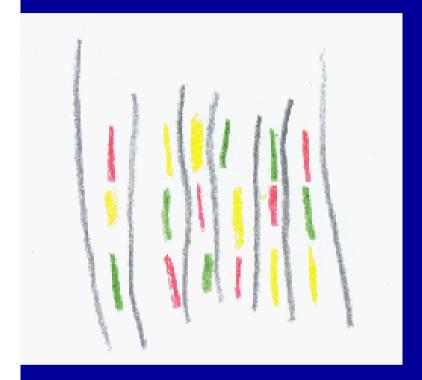
Du hast rote, gelbe und grüne Bausteine. Versuch, so viele verschiedene Türme mit drei Etagen wie möglich zu bauen! Jeder Turm soll aus den drei Farben bestehen. Jede Farbe muss einmal vorkommen. Wie viele verschiedene Türme kannst du bauen?

- Die Aufgabe lässt mehrere Möglichkeiten zu.
- Jeder findet Lösungen.
- Manche finden alle.
- Man kann mit konkretem Material arbeiten.
- Sie ist beliebig zu erweitern.
- Geeignet ab Klasse 1.



Material
Zeichnung

Schülerlösung 1. Klasse



#### Farbige Türme

Du hast rote, gelbe und grüne Bausteine. Versuch, so viele verschiedene Türme mit drei Etagen wie möglich zu bauen! Jeder Turm soll aus den drei Farben bestehen. Jede Farbe muss einmal vorkommen. Wie viele verschiedene Türme kannst du bauen?



#### Material

#### Skizze

Schülerlösung 1. Klasse Die nächste Aufgabe könnte jetzt eine Aufgabe mit ähnlicher Struktur sein, in der die Schüler ihre Strategie anwenden können.

z.B.

#### Fahrradschloss knacken

Peter hat die Zahl für sein Fahrradschloss vergessen. Glücklicherweise weiß er noch, dass es eine dreistellige Zahl aus den Ziffern 4 ,5 und 6 war. Jede Ziffer kam nur einmal vor. Welche und wie viele dreistellige Zahlen muss er im schlimmsten Fall ausprobieren?

# Oder die Anzahl der Bausteine wird erhöht. (Anzahl der Farben entspricht der Anzahl der Stockwerke.)

ohne Material

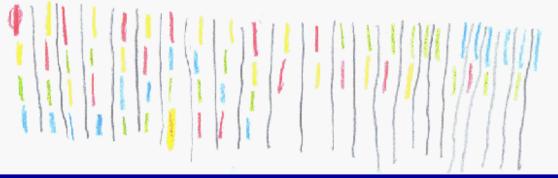
Skizze

Schülerlösung

1. Klasse

#### Farbige Türme (2)

Du hast rote, gelbe, grüne und blaue Bausteine. Versuch, so viele verschiedene Türme mit vier Etagen wie möglich zu bauen! Jeder Turm soll aus den vier Farben bestehen. Jede Farbe muss einmal vorkommen. Wie viele verschiedene Türme kannst du bauen?



"Ich habe den Trick gefunden....."

### Formel:

Aufgabentyp aus der Permutation (An- und Umordnungen):

Anordnung von Elementen ohne Wiederholung

Pn = n!

n! heißt Fakultät von n und wird so berechnet:

$$n! = n \bullet (n-1) \bullet (n-2) \bullet (n-3) \bullet \dots \bullet 1$$

n ist in unserem Fall die Anzahl der Farben:

$$3! = 3 \bullet 2 \bullet 1 = 6$$
 Anordnungen sind möglich.

$$4! = 4 \bullet 3 \bullet 2 \bullet 1 = 24$$
 Anordnungen sind möglich.

### 2 Kugeln Eis

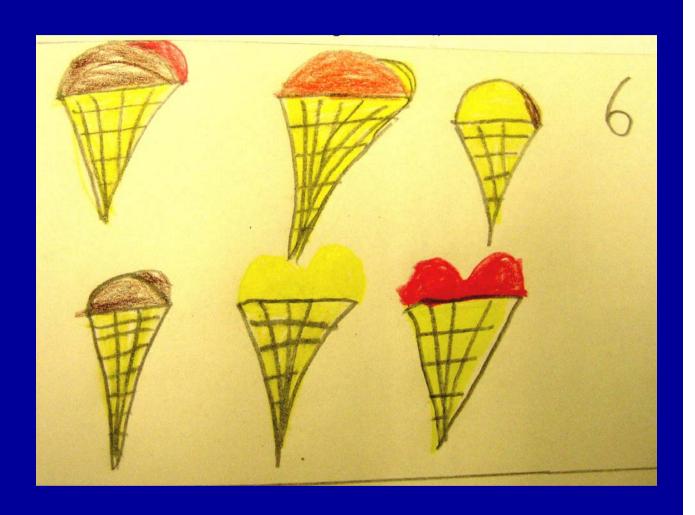
Anne möchte sich ein Eis kaufen. Sie hat Geld für 2 Kugeln Eis. Der Eisverkäufer bietet 3 Sorten Eis an: Schoko, Vanille und Himbeereis.

Was für ein Eis könnte sich Anne kaufen? Finde verschiedene Möglichkeiten!

Probieren
Rechenbild
(Skizze)
Material

Schülerlösung

1. Klasse



18.03.2008

Probieren
Rechenbild
(Skizze)
Material

Schülerlösung

1. Klasse

18.03.2008



Anita Pfeng Sinus-Transfer-Grundschule



Probieren Skizze Schülerlösung

1. Klasse

18.03.2008

#### Schwierigkeiten in der Kombinatorik:

Elemente aus einer Menge auswählen:

- ohne Wiederholung (Türme)
- mit Wiederholung (Eis)
- mit Reihenfolge (Türme)
- ohne Reihenfolge (Eis)

#### Warum Kombinatorik in der Grundschule?

- Kinder werden außerhalb der Schule schon frühzeitig mit Phänomenen konfrontiert, die kombinatorische Überlegungen erfordern.
- Das Verstehen von Problemen der Kombinatorik braucht Zeit, deshalb muss man früh beginnen.
- Es werden nur Rechnungen im Bereich der natürlichen Zahlen gebraucht.
- Es gibt vielfältige Möglichkeiten der Differenzierung.
- Ein gutes Übungsfeld für das Problemlösen, es regt die Kreativität an, fördert Strategiedenken und die Argumentationsfähigkeit.

# Wie sollen sie in den Unterricht integriert werden?

• Es ist kein eigenständiges Stoffgebiet, sondern sollte als ein Aspekt den gesamten Mathematikunterricht durchziehen.

#### Die Aufgaben

- sollen die Schüler inhaltlich ansprechen
- eigenes praktisches Tun ermöglichen
- sollten den Schülern die Möglichkeit geben, durch unterschiedliche Wege zum Ziel zu kommen.

- Heuristische Methoden und Techniken sind bei ihrer Anwendung keine Lösungsgaranten.
- Sie können nicht wie starre Rezepte angewendet werden.
- Wenn man sie aber mehrfach übt und in unterschiedlichen Aufgaben anwendet, prägen sie sich auch als unbewusstes Mittel ein und schaffen Erfolgserlebnisse, auch bei "schwachen" Schülern.
- Sie sorgen für die gut ausgeprägte geistige Beweglichkeit, die besonders bei Problemhaltigen Aufgaben nötig ist.

#### Bei den Schülern

- ist eine deutlich höhere Motivation erkennbar.
- prägen sich die Methoden und Strategien durch mehrfaches üben auch als unbewusstes Mittel ein, auch wenn sie nicht wie starre Rezepten angewendet werden können.
- stellen sich Erfolgserlebnisse und ein spürbarer Lernerfolg ein.
- wird eine gut ausgeprägte geistige Beweglichkeit gefördert, die besonders bei Problemhaltigen Aufgaben nötig ist.

## Vielen Dank!

#### Literaturliste:

- Bücher in denen Aufgaben zum Knobeln und Denken zu finden sind:
- Fuchs, M./ Käpnick, F.(Hrsg.): Mathe für kleine Asse 1/2. Cornelsen Verlag, 2005
- Käpnick, F (Hrsg.).: Mathe für kleine Asse 3/4. Cornelsen Verlag, 2005
- Fritzlar, T./Rodeck,K./Käpnick, F. (Hrsg.).: Mathe für kleine Asse 5/6 Cornelsen Verlag, 2006
- Rasch, R.: 42 Denk- und Sachaufgaben. Kallmeyer Verlag, 2003
- Bardy, P./Hrzán, J.: Aufgaben für kleine Mathematiker. Aulis Verlag Deubner, 2005
- Wilkinson, M.: Denksportaufgaben aus dem Alltag. Auer-Verlag, 2005
- Hasemann, K./Leonhardt, U./Szambien, H.: Denkaufgaben für die 1. und 2. Klasse. Cornelsen-Verlag, 2006
- Nobach, I./Schmitt, E./Truxius, E-M.: Knobel-Aufgaben für die 3. und 4. Klasse. Cornelsen- Verlag, 2006
- Bruder, R.: Heureka-Problemlösen lernen. In: Mathematik lehren Nr. 115. Friedrich-Verlag, 2002

#### Literatur zum Thema:

- Neubert, Bernd: Gute Aufgaben zur Kombinatorik in der Grundschule. In: S. Ruwitsch/A. Peter-Koop (Hrsg.), Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger.
- Bruder, R.: Heureka-Problemlösen lernen. In: Mathematik lehren Nr. 115. Friedrich-Verlag, 2002 Bruder,R.: Eine akzentuierte Aufgabenauswahl und Vermitteln heuristischer Erfahrung. aus: Internet
- Bruder,R: Modul1 von Sinus-Transfer: Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im Mathematikunterricht.
- Bruder,R: Modul 4 von Sinus-Transfer: Sicherung von Basiswissen-Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus.
- Büchter, A./Leuders, T.: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Cornelsen Verlag, 2005